DIE MUSIKALISCHEN TONLEITERN

Während die Grundtonleiter der alten Griechen und Chinesen aus den sieben Tönen bestand, die wir heute als Do, Re, ..., Si bezeichnen, und unserer DIATONISCHEN TONLEITER entsprechen, brachte uns das spätere Bedürfnis, zu modulieren, also eine bestimmte Melodie mit einem beliebigen anderen Ton der Skala anzufangen ohne die Intervalle zwischen den Tönen abzuändern, die alterierten Töne. Soll etwa die Tonleiter Do, Re, ..., Si, Do um eine Quinte erhöht werden, also mit Sol begonnen werden, werden wir eine neue Note zwischen Fa und Sol einführen müssen, die dem VII Grad unserer Skala entspricht. Wir bezeichnen diese neue Note als Fa #. Soll hingegen unsere Tonleiter mit der Note beginnen, die eine Quinte unter Do gelegen ist, also mit Fa, sind wir gezwungen eine neue Note zwischen La und Si einzusetzen, die wir als Si ♭ bezeichnen und die dem IV Grad unserer neuen Skala entspricht.

Fügen wir zwischen allen Ganztonintervallen unserer diatonischen Tonleiter je einen Halbton ein, erhalten wir eine CHROMATISCHE TONLEITER mit 12 Tönen. Im gleichmässig temperierten System können diese 12 Töne mit den Zahlen 1, 2, ..., 12 dargestellt werden, welche die Grundlage der Zwölftonmusik und der seriellen Musik bilden.

Die klassischen Griechen waren die Vorläufer der arithmetischen Auslegungen der musikalischen Tonleiter. Es ist nicht erstaunlich, dass die erste überlieferte mathematische Theorie der musikalischen Noten gerade Pythagoras zugeschrieben wird, dessen Philosophie sich dadurch auszeichnete, dass sie alle Tatsachen der physikalischen Welt mit Zahlenbeziehungen zu erklären versuchte. Pythagoras, der für seine Untersuchungen ein Monochord einsetzte, drückte sich noch nicht in der Terminologie der Frequenzen aus, sondern studierte die Beziehung der Töne zu den entsprechenden Saitenlängen. Da wir heute wissen, dass die Frequenz des von einer Saite erzeugten Tons zur Länge der Saite umgekehrt proportional ist, wenn sich alle anderen Faktoren (Material, Spannung, Dicke) nicht verändern, ist es legitim, die Theorien von Pythagoras in der Terminologie der Frequenzen auszudrücken.

Nach Pythagoras haben sich viele Musiker und Wissenschafter bemüht, die in der Musik verwandten Töne auf eine solide mathematische Grundlage zu stellen. Die verschiedenen Auslegungen können den Tönen der Tonleiter ziemlich abweichende Zahlenwerte zuordnen. Die Psychologen haben festgestellt, dass die Gehörkriterien über die melodischen Intervalle vor allem durch die Gewöhnung geprägt sind. Die harmonischen Intervalle aber sind in gewissen Tonsystemen objektiv konsonanter als in anderen. Die gleichmässig temperierte Tonleiter, die heute zum Stimmen der Instrumente mit unveränderlichen Tönen (Klavier, Orgel) fast ausschliesslich zum Einsatz kommt, liefert eine gute Annäherung an die meisten anderen Tonleitern. Obwohl sie gewisse Puristen nicht akzeptieren, muss beachtet werden, dass einer der grössten Musiker aller Zeiten, Johann Sebastian Bach, ein eifriger Befürworter der temperierten Stimmung war. Es sei bemerkt, dass die heute angewandte gleichmässig temperierte Stimmung ein extrem einfacher Spezialfall unter einer ganzen Reihe von historischen temperierten Stimmungen[51] darstellt, die andererseits in gewissen Nordamerikanischen Kreisen teilweise wieder eingesetzt werden.

Dieses Kapitel soll eine kurze Einführung in die mathematischen Interpretationen der abendländischen musikalischen Tonleiter einführen. Es wird nicht von den exotischen Tonleitern die Rede sein, die übrigens im Buch von Ellis, "Über die Tonleitern verschiedener Völker", München, 1922, ausführlich besprochen werden.

Die Pythagoreische Tonleiter ist wie folgt aufgebaut:
Nehmen wir an, auf einem Monochord sei eine Saite mit Länge 1 (zum Beispiel 1 m) und eine andere mit Länge 3/2 aufgespannt. Die

[51] Unter den verschiedenen Temperaturen, die alle die Möglichkeit anzielten, auf einem gleichen Tasteninstrument Kompositionen in möglichst vielen verschiedenen Tonarten spielen zu können, spielten vor allem die sogenannten Haupttonstimmungen eine hervorragende Rolle, bei denen eine bestimmte Tonart optimale Resultate erzielte, während drei oder vier verwandte Tonarten noch annehmbare Resultate lieferten. Aber alle diese Stimmungen wiesen ein paar besonders ungünstige Intervalle auf, die in dem Zusammenhang als Wölfe bezeichnet wurden, wohl als Anspielung auf das Geheul dieser Tiere. In den letzten Jahrzehnten gibt es wieder zahlreiche Verfechter dieser historischen Stimmungen und das unten erwähnte Buch von Jorgensen gibt genaue Stimmanleitungen für eine grosse Anzahl historischer Stimmungen, zusammen mit Frequenztafeln, aber leider ohne näher auf deren mathematische Strukturen einzugehen.
Zur Zeit vertreibt der amerikanische Verlag Gasparo (www.gasparo.com) eine interessante Schallplatte unter dem Titel "Beethoven in the Temperaments", auf der die Einspielung einiger berühmten Beethovensonaten durch die Pianistin Enid Katahn auf einem nach verschiedenen historischen Temperaturen gestimmten Steinway-Flügel zu hören sind. Das Klavier wurde durch Edward Foote gestimmt, der auch auf der Webseite http://www.uk-piano.org/edfoote/ von den historischen Temperaturen spricht. Der Hauptnachteil ist sicher, dass der Flügel für jede Tonart anders gestimmt werden muss...

Längeneinheit ist in diesem Zusammenhang nicht massgebend. Nehmen wir ferner an, die Frequenz der Saite mit Länge 1 sei 1. Nach der Formel von Taylor können wir den Schluss ziehen[52], dass die längere Saite einen Ton von 2/3 von sich gibt. Wir stellen fest, dass das Intervall zwischen den beiden Tönen einer Quinte entspricht und wir bezeichnen den Ton mit der Frequenz 1 als Do und den anderen mit der Frequenz von 2/3 als Fa.

Pythagoras, der bereits festgestellt hatte, dass man eine reine Oktave erhält, wenn man die Länge einer Saite halbiert, definierte die reine Quinte als das Intervall, das man erhält, wenn man genau zwei Drittel der Länge einer Saite schwingen lässt. Wir erinnern uns, dass die Quinte bei der gleichmässig temperierten Tonleiter durch die Charakteristik 1,4983... festgelegt ist, und bemerken, dass dieser Wert eine gute Annäherung an den Bruch 3/2 bildet.

Unterteilen wir mehrmals hintereinander die Saite in zwei Drittel ihrer Länge, erhalten wir eine Tonfolge, in der jeder Ton eine Quinte mit ihrem Vorgänger bildet. Die ersten sieben Glieder dieser Folge pflegt man als Fa, Do, Sol, Re, La, Mi, Si zu benennen.

Reduzieren wir diese Noten auf die Hauptoktave zwischen Do und der Oktave desselben, indem wir jeweils ihre Frequenz mit der geeigneten Zweierpotenz dividieren (oder mit ihr multiplizieren), und ordnen wir diese Noten anschliessend der Grösse nach, erhalten wir die folgende Tafel:

	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
Glied der Folge	2	4	6	1	3	5	7	
Charakteristik	1	$\left(\frac{3}{2}\right)^2$	$\left(\frac{3}{2}\right)^4$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^3$	$\left(\frac{3}{2}\right)^5$	
Charakteristik der auf die Grundoktave reduzierten Note	1	$\frac{3^2}{2^3}$	$\frac{3^4}{2^6}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{3^5}{2^7}$	2
Charakteristik als Dezimalbruch	1	1,125	1,26562	1,33333	1,5	1,6875	1,89843	2
Vergleichswert der gleichmässig temperierten Tonleiter	1	1,12246	1,25992	1,33483	1,49830	1,68179	1,88774	2

Die aus diesen 7 pythagoreischen Tönen bestehende Tonleiter entspricht ungefähr unserer temperierten diatonischen Tonleiter, wie der Vergleich zwischen den Charakteristischen Werten zeigt.

Diese Töne alleine bieten aber keine Möglichkeit, die Melodien zu modulieren. Wie wir gleich sehen werden, gibt es zwei gleich-

[52] Da die Spannung und die anderen Eigenschaften der Saite konstant bleiben.

wertige Systeme, um die nötigen alterierten Noten zu berechnen, um die Modulation in jede beliebige Tonart vornehmen zu können.

Zuallererst werden wir die zwischen je zwei aufeinanderfolgenden pythagoreischen Tönen bestehenden Intervalle untersuchen. Dividieren wir den charakteristischen Bruch jeder Note durch denjenigen seines Vorgängers, bemerken wir bald einmal, dass nur zwei verschiedene Intervalle vorkommen, der pythagoreische Ganzton, dem der Wert 9/8 (Symbol T) entspricht und das sogenannte Limma[53] (Symbol t) mit der Charakteristik 256/243, das etwas kleiner als ein halber pythagoreischer Ton ist. Es sei in Erinnerung gerufen, dass die Hälfte eines Tons oder eines beliebigen Intervalls sich als Quadratwurzel des charakteristischen Bruchs berechnen lässt, in unserem Fall also als Quadratwurzel aus 9/8. Ein halber pythagoreischer Ton entspricht also einem Zahlenwert von 1,06066, während ein Limma der Zahl 1,05349 entspricht.

Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do
	T		T		t		T		T		T		t	

Soll unsere Tonleiter um eine Quinte nach oben transportiert werden, um mit Sol zu beginnen, muss eine Folge von Noten entstehen, welche durch die aufeinanderfolgenden Intervalle T, T, t, T, T, T, t getrennt werden. Wir finden folgendes Resultat:

Sol		La		Si		Do		Re		Mi		Fa #		Sol
	T		T		t		T		T		T		t	

Der Wert des Fa # ist das um T erhöhte Mi:

Mi (Oktave) = 81/32

T = 9/8

Fa # = 81/32 · 9/8 = 729/256

Auf die Oktave reduziert, erhält man für Fa # den Wert 729/512 $= \frac{3^6}{2^9}$.

Entsprechend erhält man das Do #, wenn man die Tonleiter bei Re (Quinte von Sol) ansetzt, usw.

Wollen wir hingegen die Tonleiter eine Quinte tiefer ansetzen und bei Fa einsetzen, finden wir die folgenden Noten:

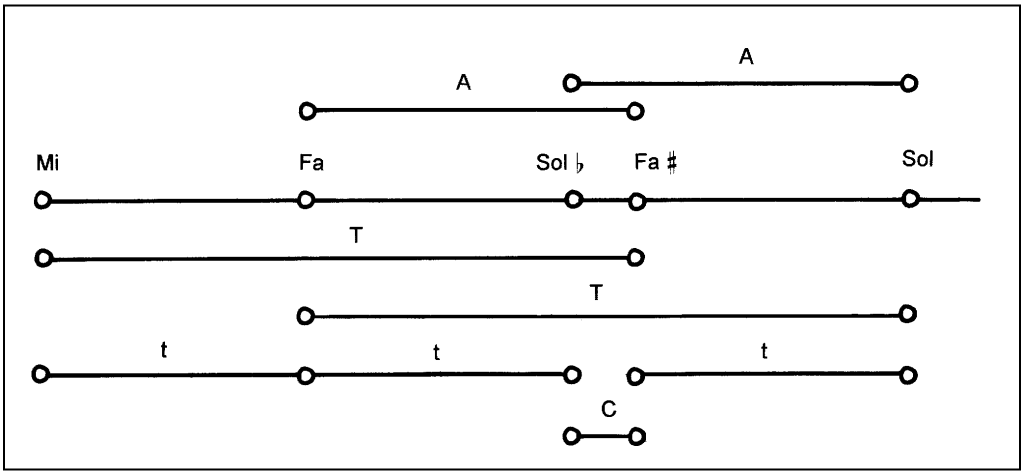
[53] In gewissen Quellen finden wir die Schreibweise *Leimma*.

Fa	Sol	La	Si ♭	Do	Re	Mi	Fa
T	T	t	T	T	T	t	

La (untere Oktave) = 27/32
t = 256/243
Si ♭ = 27/32 · 256/243 = 8/9

Auf die Grundoktave reduziert erhält man für Si ♭ den Wert 16/9.

Hier sei bemerkt, dass man das selbe Resultat erhält, wenn man das La um ein Limma (t) erhöht, wie wenn man das Do um einen Ganzton (T) senkt.



Die Intervalle der Tonleiter von Pythagoras

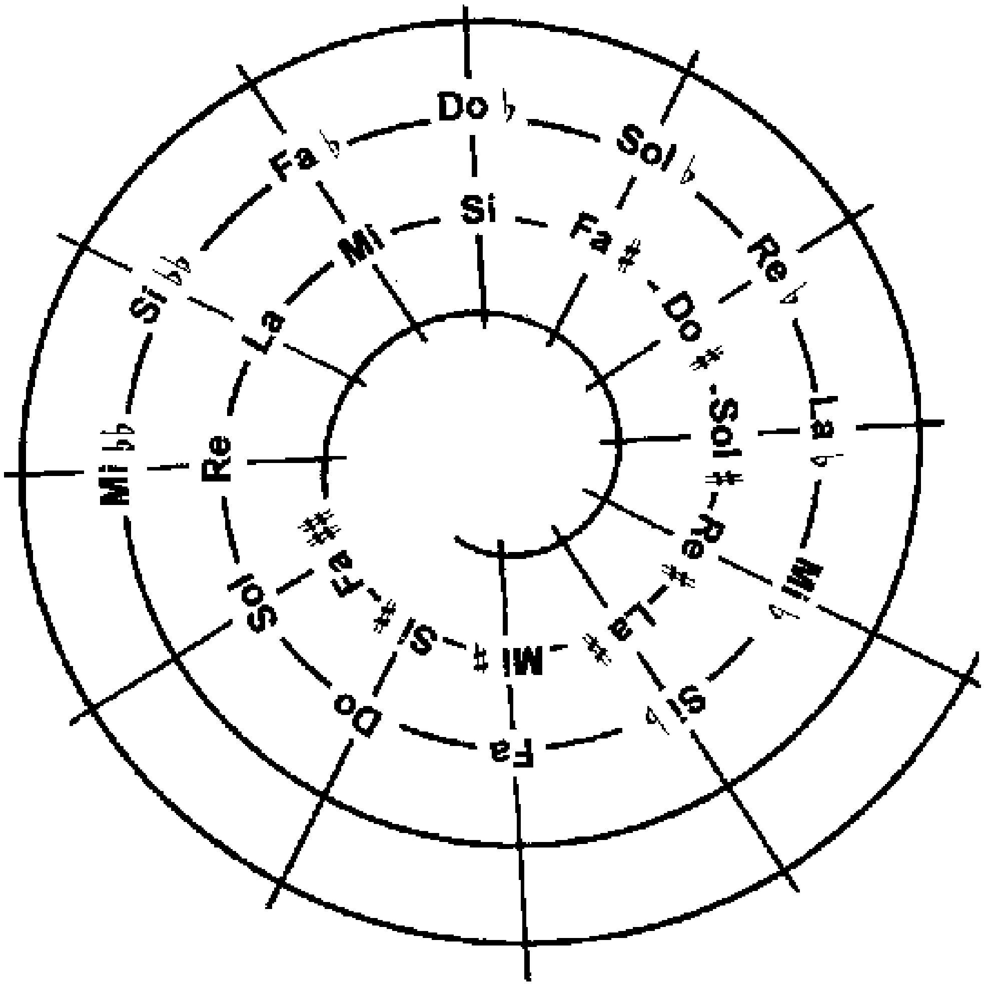
Entsprechend erhält man das Mi ♭, indem man die Tonleiter bei Si ♭ (Quinte gegen unten von Fa) ansetzt, usw.

Eine einfache Rechnung zeigt uns, dass das Intervall zwischen einer Note und ihrer Alteration (etwa zwischen Fa und Fa #) den Wert 2187/2048 $=\frac{3^7}{2^{11}}$ aufweist. Dieses Intervall wird als Apotom (Symbol A) bezeichnet.

Aus der graphischen Darstellung ersehen wir, dass in der Pythagoreischen Tonleiter die Noten Fa # und Sol♭, im Gegensatz zur temperierten Tonleiter voneinander abweichen. Nehmen wir zwei beliebige, durch einen Ganzton T getrennte Noten der pythagoreischen Tonleiter, so finden wir zwischen der nach oben alterierten unteren Note und der nach unten alterierten oberen Note ein kleines Intervall, das wir als das pythagoreische Komma (Symbol CP) bezeichnen. Das Pythagoreische Komma hat den Zahlenwert $\frac{3^{12}}{2^{19}} = \frac{531441}{524288} = 1{,}01364...$

Drücken wir die Intervalle der pythagoreischen Tonleiter mit der logarithmischen Einheit *Cent* aus, finden wir folgende Situation:

	Bruch	**Dezimalbruch**	***Cent***
Pythagoreischer Ton (T)	9/8	1,12500	203,91
Limma (t)	256/243	1,05349	90,224
Apotom (A)	2187/2048	1,06787	113,68
Komma (CP)	531441/524288	1,01364	23,460



Die Tonleiter von Pythagoras in Spiralform

Da wir nun wissen, dass zwischen einer Note und der entsprechenden alterierten Note das Intervall eines Apotoms besteht, ist es uns leicht möglich, die alterierten Noten jeder beliebigen Note der Tonleiter von Pythagoras zu berechnen. Hätten wir nicht genug an den einfach alterierten Noten, könnten wir auf die gleiche Art und Weise bereits alterierte Noten alterieren, um etwa zu Noten wie Fa ## oder Si ♭♭ zu gelangen.

Wir bemerken auch sofort, dass Mi # nicht mit Fa zusammenfällt, wie dies bei der temperierten Tonleiter der Fall wäre. Auch hier haben wir den Unterschied eines pythagoreischen Kommas.

Wir sagten, es gebe zwei verschiedene Wege, um die Noten der pythagoreischen Tonleiter zu berechnen. Betrachten wir die Situation also aus einem ganz anderen Standpunkt. Lasst uns auf der Tastatur eines Klaviers von einer beliebigen Note der Grundoktave [Do (3), Si (3)] ausgehen und folgenden Vorgang wiederholen:

Wir erhöhen den Ton um eine Quinte.
Wir suchen den entsprechenden Ton in der Grundoktave.

Führen wir die beiden Schritte 12 mal hintereinander durch, befinden wir uns wieder in der Ausgangslage. Man sagt, der Quintenzirkel habe sich geschlossen.

Versuchen wir, das entsprechende Verfahren mit reinen Quinten durchzuführen, wie sie bei Pythagoras gebräuchlich sind, werden wir nach 12 Schritten eine kleine Abweichung im Wert eines pythagoreischen Kommas feststellen. So haben wir etwa ein Komma zwischen Fa und Mi ♯ oder zwischen Do und Si ♯. Hier schliesst sich der Quintenzirkel nicht und wir können unendlich viele verschiedene Noten berechnen.

Gehen wir von Fa aus, erhalten wir durch jeweiliges Hinzufügen einer Quinte alle Noten ohne Vorzeichen. Als letzte erhalten wir Si. Fügen wir Si wieder eine Quinte hinzu, erhalten wir Fa ♯.

Um die verminderten Noten zu erhalten, vertiefen wir Fa wiederholt um eine Quinte, um nacheinander Si ♭, Mi ♭, usw. zu erhalten.

Wir können daraus folgern, dass alle Noten der Tonleiter die Form $f = c \cdot \frac{2^m}{3^n}$ aufweisen, wobei c eine durch den Grundton festgelegte Konstante ist. m und n sind ganze Zahlen, welche positiv, negativ oder 0 sein können. Es ist leicht zu beweisen, dass $\frac{2^m}{3^n} = \frac{2^p}{3^q}$ $m = p$ und $n = q$ zur Folge hat.

Die Tonleiter von Pythagoras ist für Tasteninstrumente nicht geeignet, da zum Modulieren eine beträchtliche Tastenmenge zur Verfügung stehen müsste. Aber grosse Violin- und Cellovirtuosen befürworten diese Tonleiter und genaue Messungen anhand von Plattenaufnahmen haben ergeben, dass unter grossen Künstlern tatsächlich die Tendenz besteht, die Intervalle dieser Tonleiter einzusetzen.

DIE TONLEITER VON ARISTOXENOS

Bereits Archytas von Tarent) hatte versucht, eine musikalische Tonleiter zu konstruieren, begründet auf der Beobachtung, dass die meisten der von ihm untersuchten Intervalle eine gute Annäherung an die Formel $\frac{n+1}{n}$ bildeten, wobei n eine natürliche Zahl ist. Wir finden in der Tat für n = 1 die Oktave, für n = 2 die Quinte, für n = 3 die Quarte, für n = 4 die grosse Terz (die damals als dissonant betrachtet wurde), für n = 5 die kleine Terz und für n = 8 den Pythagoreischen Ganzton. Offenbar konnte Archytas das Problem der Konstruktion der Tonleiter nicht lösen. Aber er brachte es fertig, die drei Intervalle seines aus vier Saiten bestehenden Tetrachords in drei Intervalle der Form $\frac{n+1}{n}$ aufzuteilen: 10/9, 9/8 und 16/15.

Aristoxenos wird die Idee zugeschrieben, seine Tonleiter als Überlagerung von zwei Tetrachorden zu aufzubauen, so dass jedes eine Quart umspannt und der höchste und der tiefste Ton des Systems eine Oktave umfasst.

Werden die beiden Quarten nach der von Archytas vorgeschlagenen Formel aufgeteilt, erhalten wir die folgende Tonleiter:

Do	Re	Mi	Fa		Sol	La	Si	Do
1	9/8	5/4	4/3		3/2	27/16	15/8	2

9/8	10/9	16/15	9/8	9/8	10/9	16/15

Es fällt auf, dass wir in dieser Tonleiter eine Quinte finden können, die nicht dem Wert 3/2 entspricht. Zwischen La und Mi besteht nämlich ein Intervall von

$$\frac{5}{4}:\frac{27}{32}=\frac{40}{27}=1{,}4814\,.$$

Aus dem heutigen Standpunkt ist vor allem die Ähnlichkeit zwischen den Tonleitern von Aristoxenos und Zarlino beachtenswert, welche im folgenden Abschnitt besprochen wird.

DIE TONLEITER VON ZARLINO

Die Ehre, als erster die Tonleiter definiert zu haben, die als die Tonleiter der Physiker oder als natürliche Tonleiter bekannt wurde, kommt dem italienischen Musiktheoretiker Giuseppe[54] Zarlino (1517-90) zu, und es ist daher üblich, von der Tonleiter von Zarlino zu sprechen.

Das genaue Beibehalten aller charakteristischen Intervalle der Tonleiter von Zarlino durch einen Musiker in den verschiedenen Tonarten wird manchmal als genaue Intonation bezeichnet.

Die Tonleiter von Zarlino basiert auf dem perfekten Durakkord (Do, Mi, Sol). Diese Noten wurden unter den ersten harmonischen Tönen von Do ausgewählt, was ihnen einen Höchstgrad an Konsonanz gewährt. Zarlino kannte übrigens die Theorie der harmonischen Partialtöne noch nicht, die erst über hundert Jahre später durch Rameau und Sauveur begründet wurde.

Die drei Töne der harmonischen Skala mit den Nummern 1, 3 und 5 entsprechen den Werten 1 (Do), 5/4 (Mi) und 3/2 (Sol), nachdem sie auf die Grundoktave reduziert und der Grösse nach geordnet wurden. Die vier Noten, die noch fehlen, um die diatonische Tonleiter zu vervollständigen können folgendermassen ermittelt werden:

- Sol wird als Grundnote eines Durakkords betrachtet.
Die Note Si, die mit Sol eine grosse Terz bildet, wird berechnet: $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{8}$.
Die Note Re, die mit Sol eine Quinte bildet: $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$.
Die Reduktion auf die Grundoktave ergibt $\frac{9}{8}$.

- Do wird als Quinte eines Durakkords betrachtet.
Erniedrigen wir Do um eine Quinte, erhalten wir Fa: $1 : \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$.
Die Reduktion auf die Grundoktave ergibt $\frac{4}{3}$.
Wenn wir diese letzte Note um eine grosse Terz erhöhen, erhalten wir das La: $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{3}$.

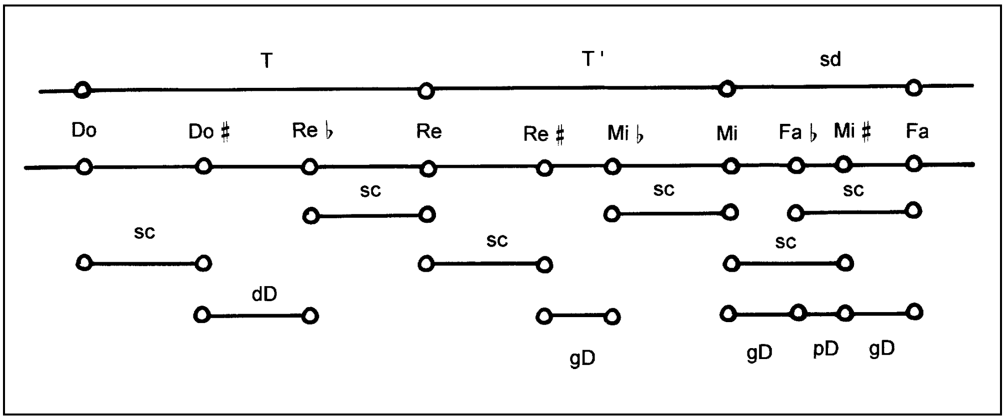
Endresultat:

Do	Re	Mi	Fa		Sol	La	Si	Do
1	9/8	5/4	4/3		3/2	5/3	15/8	2

9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15

[54] In vielen Quellen finden wir den Namen Gioseffo.

Wir stellen fest, dass die unterschiede zwischen der Tonleiter von Zarlino und derjenigen von Aristoxenos ausschliesslich in der Verteilung der Ganztöne (9/8, T) und der kleinen Töne (10/9, T') besteht.



Intervalle der Tonleiter von Zarlino

Bevor wir die Formel vorstellen, die uns Zarlino liefert, um die Noten seiner Tonleiter zu alterieren, soll kurz von seiner Interpretation der Moll-Tonleiter gesprochen werden.

In der Epoche von Zarlino wurden die Moll-Akkorde als den Dur-Akkorden unterlegen empfunden (daher der italienische Ausdruck *minore*, gegenüber *maggiore*). Während Zarlino die harmonischen Noten benutzte, um den Dur-Akkord zu legitimieren, setzte er die arithmetisch reziproken Noten eine, um den Moll-Akkord zu rechtfertigen, und mit ihm die Formel zur Alterierung der Noten. In seinen theoretischen Schriften unterschied Zarlino zwischen *Divisione Armonica* (harmonischer Tonleiter) und *Divisione Aritmetica* (reziproker Tonleiter).

Betrachten wir anstelle der Noten, welche die Hälfte, der Drittel, der Viertel einer Saite erzeugen, die von der Saite doppelter, dreifacher, vierfacher Länge erzeugten Noten, finden wir folgende Werte:

1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, ...

Reduktion auf die Grundoktave:

1, 2, 4/3, 1, 8/5, 4/3, 8/7, ...

Die Glieder mit den Nummern 2, 3 und 5 der Folge, bilden der Grösse nach geordnet einen Moll-Akkord: 4/3, 8/5, 2. Wir wissen bereits, dass 4/3 der Note Fa und 2 dem Do entsprechen. Der Bruch 8/5 entspricht daher dem La ♭. Berechnen wir den Quotienten zwischen La und La ♭, finden wir:

$$5/3 : 8/5 = 5/3 \cdot 5/8 = 25/24$$

Hier haben wir bereits die allgemeine Regel zur Alterierung der Noten der Tonleiter von Zarlino. Die erhöhte Note jeder beliebigen Note wird erhalten, indem man ihre Charakteristik (die für Do gleich 1 ist) mit 25/24 multipliziert. Um die erniedrigte Note zu erhalten, muss mit 24/25 multipliziert (oder durch 25/24 dividiert) werden.

Anhand der bisher angeführten Regeln ist es leicht, den Wert jeder beliebigen Note der Tonleiter von Zarlino zu berechnen. Aber die Untersuchung der Intervalle zwischen den verschiedenen Elementen dieser Tonleiter ist wesentlich komplizierter als im Fall der Pythagoreischen Tonleiter. Im folgenden seien die bedeutendsten Intervalle der Tonleiter von Zarlino kurz vorgestellt:

Wir werden hier den GANZTON wie den Ganzton von Pythagoras mit T bezeichnen, da die beiden zahlenmässig identisch sind (9/8). Den KLEINEN TON von Zarlino mit der Charakteristik (10/9) werden wir mit T' bezeichnen. Der Unterschied zwischen dem Ganzton und dem kleinen Ton wird als Komma von Didymus bezeichnet und hat den Zahlenwert 81/80.

$$9/8 : 10/9 = 9/8 \cdot 9/10 = 81/80$$

Der DIATONISCHE HALBTON (sd), wie er zwischen Mi und Fa und zwischen Si und Do vorkommt, hat den Wert 16/15.

Tonleiter von Zarlino

Name	Bruch	Dezmalbruch	*Cents*
Do	1	1,0000	0,0000
Do #	25/24	1,0416	70,672
Re ♭	27/25	1,08	133,23
Re	9/8	1,125	203,91
Re #	75/64	1,1718	274,58
Mi ♭	6/5	1,2	315,64
Mi	5/4	1,25	386,31
Fa ♭	32/25	1,28	427,47
Mi #	125/96	1,3020	456,98
Fa	4/3	1,3333	498,04
Fa #	25/18	1,3888	568,71
Sol ♭	36/25	1,44	631,28
Sol	3/2	1,5	701,95
Sol #	25/16	1,5625	772,62
La ♭	8/5	1,6	813,68
La	5/3	1,6666	884,35
La #	125/72	1,7361	955,03
Si ♭	9/5	1,8	1017,5
Si	15/8	1,875	1088,2
Do ♭	48/25	1,92	1129,3
Si #	125/64	1,953	1158,9
Do	2	2	1200

T	sc
	dD
	sc
T'	sc
	gD
	sc
sd	gD
	pD
	gD
T	sc
	dD
	sc
T'	sc
	gD
	sc
T	sc
	dD
	sc
sd	gD
	pD
	gD

Der Bruch 25/24, der zur Alterierung der Noten der Tonleiter dient, entspricht der Differenz zwischen einem kleinen Ton T' und einem diatonischen Halbton sd mit der Charakteristik 16/15.

10/9 : 16/15 = 25/24

Das durch diesen Bruch dargestellte Intervall wird in diesem Zusammenhang als CHROMATISCHER HALBTON (sc) bezeichnet.

Die Differenz zwischen dem Ganzton und dem diatonischen Halbton pflegt man als das GROSSE LIMMA (gl) zu bezeichnen; dieses hat den numerischen Wert:

9/8 : 16/15 = 135/128

Im Prinzip reichen die bisher erwähnten Intervalle völlig aus, um jedes Intervall in der Tonleiter von Zarlino numerisch auszudrücken. Trotzdem ist es üblich, noch ein paar weitere Intervalle einzuführen, nämlich die KLEINE DIESIS (pD), die GROSSE DIESIS (gD) und die DOPPELTE DIESIS (dD).

So heisst etwa innerhalb eines Intervalls, das einen diatonischen Halbton umspannt (zum Beispiel [Mi, Fa]) das Intervall zwischen der nach unten alterierten oberen Grenznote und der nach oben alterierten unteren Grenznote (in unserem Fall also das Intervall zwischen Mi # i Fa♭) die KLEINE DIESIS (pD) und hat den Wert 3125/3072. Es ist zu bemerken, dass im Gegensatz zu den alterierten Grenznoten in Intervallen, die einen Ganzton oder einen kleinen Ton umspannen, beim diatonischen Halbton die erniedrigte obere Note tiefer als die erhöhte untere Note ist (Fa ♭ liegt tiefer als Mi #)[55].

In den einen kleinen Ton umspannenden Intervallen, heisst das Analogon zur kleinen Diesis GROSSE DIESIS (gD)[56] und hat den Wert 128/125.

In den einen Ganzton umspannenden Intervallen, heisst die Differenz zwischen den alterierten Grenztönen die DOPPELTE DIESIS (dD) und hat den Wert 648/625.

Der chromatische Halbton (sc) ist die Summe der grossen Diesis und der kleinen Diesis. Es ist leicht nachzuweisen, dass die doppelte Diesis die Summe der grossen Diesis und des Kommas von Didymus ist.

Dank der drei Typen von Noten (T, T', sd) der Tonleiter von Zar-

[55] Zwischen Mi und Fa ♭ oder zwischen Mi # und Fa finden wir ein als grosse Diesis bezeichnetes Intervall, das anschliessend definiert wird.

[56] In gewissen Werken wird dieses Intervall auch als Viertelton bezeichnet.

lino sind die Dur-Intervalle auch nicht homogen: So finden wir etwa drei Sorten von Quinten: die als natürlich bezeichnete Quinte 3/2 (zwischen Do und Sol), die Quinte mit der Charakteristik 40/27 (zwischen Re und La) und schliesslich die Quinte 45/32 (zwischen Si und Fa).

Es wäre sinnlos, eine Liste aller Intervalle zusammenzustellen, die in der Tonleiter von Zarlino vorkommen. Die Tafel zeigt den Aufbau und die Verteilung des Ganztons [Do, Re], des kleinen Tons [Re, Mi] und des diatonischen Halbtons [Mi, Fa].

Die numerischen Werte der Intervalle der Tafel werden in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Symbol	Bruch	Name	Definition	Cents
T	9/8	Ganzton		203,91
T'	10/9	Kleiner Ton		182,40
sd	16/15	Diatonischer Halbton		111,73
Cd	81/80	Komma von Didymus	T : T'	21,506
sc	25/24	Chromatischer Halbton	T' : sd	70,672
gl	135/128	Grosses Limma	T : sd	92,178
pD	3125/3072	Kleine Diesis	[Fa ♭, Mi #]	29,613
gD	128/125	Grosse Diesis	[Re #, Mi ♭]	41,058
dD	648/625	Doppelte Diesis	[Do #, Re ♭]	62,565

Transposition

Die Tonleiter von Zarlino erlaubt die Transposition auf jede gewünschte Tonart, aber wir werden gleich sehen, dass hier eine Schwierigkeit auftritt, die im Pythagoreischen System nicht existiert: eine gleiche Note muss in den Tonleitern von zwei verschiedenen Tonarten nicht unbedingt übereinstimmen. So ist etwa das La der Tonleiter in *Sol maggiore*[57] um ein Komma höher als das La der Tonleiter in *Do maggiore*[58]. In diesem Fall könnte man das La als La (+Cd) bezeichnen. In dieser Tatsache ist die Schwierigkeit begründet, die Tonleiter von Zarlino für Instrumente mit fixen Inter-

[57] Zu Deutsch G-Dur. Wie am Anfang des Buches angekündigt, will ich die italienische Nomenklatur beibehalten. "Sol-Dur" klingt unschön und "G-Dur" könnte den Leser, der sich nicht mit der deutschen Nomenklatur auseinandergesetzt hat, verwirren.
[58] C-Dur.

vallen einzusetzen. Denken wir etwa an einen Flötisten, dessen Flöte perfekt auf die Tonleiter von Zarlino in *Do maggiore*[59] abgestimmt wäre. Spielt dieser ein Stück in *Sol maggiore*[60], bemerkt ein Zuhörer mit einem ausserordentlichen Gehör, dass das La der Flöte etwas falsch tönt.

Lasset uns anschliessend die Werte der Noten der nach *Sol maggiore* und nach *Si maggiore* transponierten Tonleiter von Zarlino berechnen, wie sie in der nachfolgenden Tafel dargestellt sind:

SOL MAGGIORE:

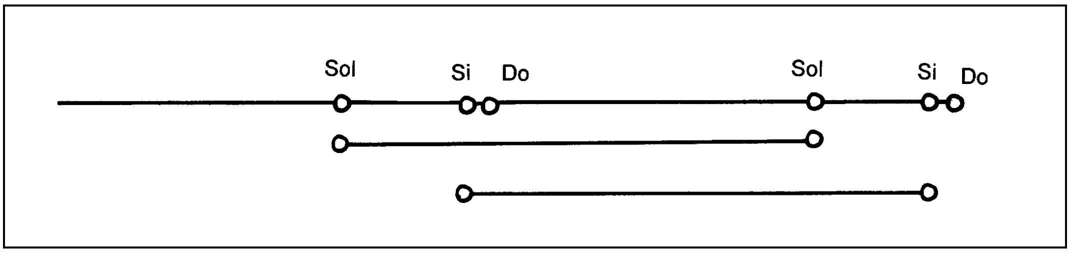
Anhand von aufeinanderfolgenden Quinten können wir erkennen, dass die Note Fa zu Fa # wird.

	Sol	3/2
T		
	La	3/2 · 9/8 = 27/16
T'		
	Si	27/16 · 16/9 = 15/8
sd		
	Do	15/8 · 16/15 = 2; auf die Oktave reduziert: 1
T		
	Re	1 · 9/8 = 9/8
T'		
	Mi	9/8 · 10/9 = 5/4
T		
	Fa #	5/4 · 9/8 = 45/32
sd		
	Sol	45/32 · 16/15 = 3/2

Das natürliche Fa wird folgendermassen erhalten:

Fa = FA # ♭ = 24/25 · 45/32 = 27/20.

[59] C-Dur.
[60] G-Dur.



Transposition nach Sol maggiore und nach Si maggiore

SI MAGGIORE:

Anhand von aufeinanderfolgenden Quinten können wir erkennen, dass hier die Noten Fa, Do, Sol, Re und La alteriert werden.

	Si	15/8
T		
	Do #	15/8 · 9/8 = 135/64; auf die Oktave reduziert: 135/128
T'		
	Re #	135/128 · 10/9 = 75/64
sd		
	Mi	75/64 · 16/15 = 5/4
T		
	Fa #	5/4 · 9/8 = 45/32
T'		
	Sol #	45/32 · 10/9 = 25/16
T		
	La #	25/16 · 9/8 = 225/128
Sd		
	Si	225/128 · 16/15 = 15/8

Auch hier können die alterierten Noten folgendermassen berechnet werden: N = N #♭. In *Sol maggiore* finden wir ein je um ein Komma erhöhtes La und Fa #, während in *Si maggiore* das Do #, das Fa # und das La # ein Komma höher sind als in *Do maggiore*.

DAS SYSTEM VON MERCATOR-HOLDER

Im XVII Jh. schufen zwei voneinander unabhängige Forscher ein System, um die Pythagoreische Tonleiter durch eine Unterteilung der Oktave in 53 gleichgrosse Mikrointervalle anzunähern. Dieses Intervall heisst KOMMA VON MERCATOR (CM) und entspricht der dreiundfünfzigsten Wurzel aus 2. Einer der Erfinder des Systems, das später als die Tonleiter der Musiker benannt wurde, war der Engländer William Holder (1614-96); der andere war der als Nicolaus Mercator[61] bekannte Deutsche, der berühmte Mathematiker und Astronom, dem wir unter anderem eine tiefe Untersuchung im Bereich der konvergenten Reihen und der Logarithmen verdanken. Mercator fand die Reihe

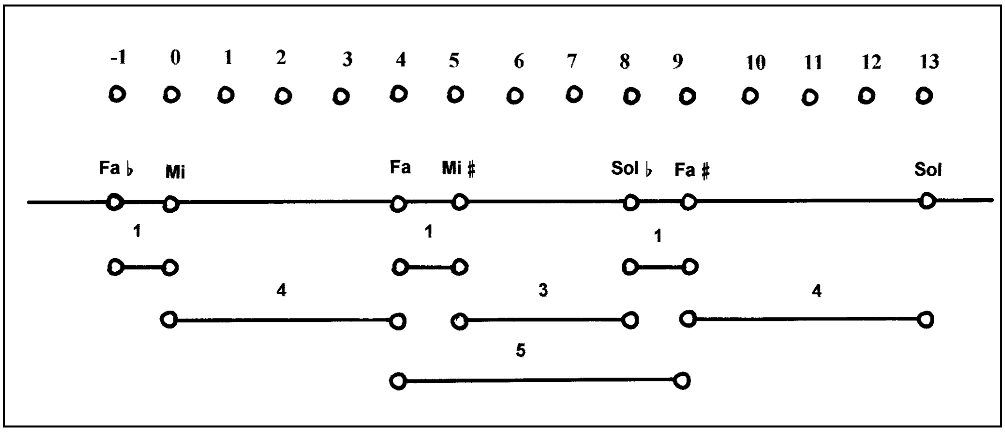
$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots$$

vor der berühmten Formel von Taylor, und schrieb das Buch *Logarithmotechnia.*

Im System von Mercator und Holder, wird der Ton in 9 Mikrointervalle (CM) mit dem Wert $\sqrt[53]{2} = 1{,}0131\ldots$ unterteilt. Der Diatonische Halbton (zum Beispiel zwischen Si und Do) entspricht 4 CM und der chromatische Halbton ([Si ♭, Si] oder [Fa, Fa #]) entspricht 5 CM. Die Oktave besteht also aus

$5 \cdot 9 + 2 \cdot 4 = 53$

Kommas von Mercator. Betrachten wir wie im Fall der Tonleiter von Pythagoras eine graphische Darstellung des Intervalls [Mi, Sol]:



Intervalle der Tonleiter von Mercator

Lasset uns die numerischen Werte der Intervalle der Tonleitern von Pythagoras und von Mercator-Holder miteinander vergleichen:

---
[61] Latinisierung von Kaufmann.

Pythagoreisches Intervall	*Cents*	Intervalle von Mercator	Anzahl Kommas	*Cents*	Differenz in *Cents*
Limma	90,224	Diatonischer Halbton	4	90,566	0,34104
Apotom	113,68	Chromatischer Halbton	5	113,20	0,47745
Ton (von P.)	203,91	Ton (von M.)	9	203,77	0,13641
Terz	407,82	Terz	18	407,54	0,27283
Quinte	701,95	Quinte	31	701,88	0,068208

Jetzt taucht die Frage auf: Warum wird im System von Mercator-Holder die Oktave ausgerechnet in 53 Kommas aufgeteilt und nicht in eine andere Anzahl Mikrointervalle? Wie wurde vorgegangen, um auf die Zahl 53 zu stossen?

Anschliessend seien zwei Wege angegeben um zu diesem Resultat zu gelangen. Beide standen bereits den Wissenschaftern des XVII Jh. zur Verfügung.

ERSTE LÖSUNG

Stellen wir uns zuerst ein System vor, bei dem der Ganzton aus r + s Kommas aufgebaut ist, die chromatischen Halbtöne aus r und die diatonischen Halbtöne aus s Kommas bestehen. Je nach den Werten für r und s erhalten wir verschiedene Werte für das Komma. Betrachten wir graphisch die Situation für r grösser als s.

Die Oktave enthält	$5 \cdot r + 7 \cdot s$ Kommas
Die Quinte enthält	$3 \cdot r + 4 \cdot s$ Kommas
Die Terz enthält	$2 \cdot r + 2 \cdot s$ Kommas

r muss nicht unbedingt grösser als s sein; r kann kleiner als s oder sogar gleich gross wie s sein.

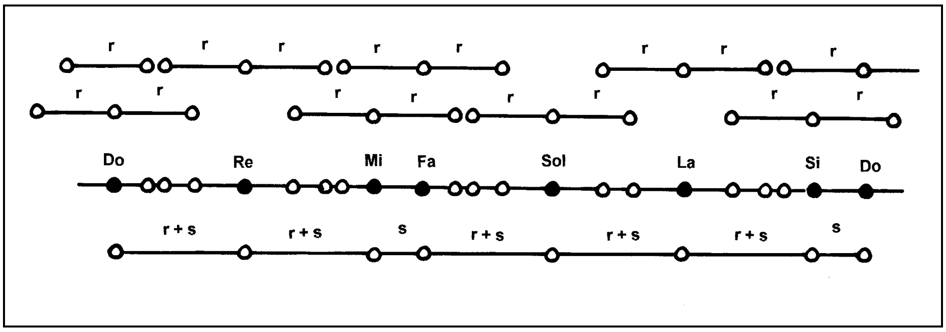
Nun können wir systematisch die verschiedenen Fälle berechnen, die sich ergeben, wenn wir für r und s je eine kleine natürliche Zahl einsetzen. Hier beschränken wir uns auf die Fälle, bei denen r grösser als s ist und der grösste gemeinsame Teiler (ggT) von r und s gleich 1 ist[62].

[62] r und s sollen also Teilerfremd sein.

r	2	3	4	...	3	5	...	4	5	...	5	7	...
s	1	1	1		2	2		3	3		4	4	

Für jedes geordnete Wertepaar (r, s) können wir die entsprechenden Werte für das Komma, den diatonischen Halbton, den chromatischen Halbton, den Ganzton, die Terz und die Quinte berechnen.

Unter all den hier betrachteten Wertepaaren liefert der Fall (r, s) = (5, 4) die reinste Quinte, da diese um weniger als dem zehnten Teil eines *Cent* von der reinen Quinte 3/2 abweicht. Auch die Annäherungen für das Apotom (hier für den chromatischen Halbton), das Limma (hier für den diatonischen Halbton), den pythagoreischen Ganzton (hier für den Ganzton) und die Terz sind sehr befriedigend.



Konstruktion der Tonleiter von Mercator

Jede bessere Annäherung an die pythagoreische Tonleiter muss die Oktave in eine grössere Anzahl Kommas aufteilen. Wie wir beim zweiten Lösungsweg auf der Suche nach der Zahl 53 sehen werden, wäre die nächste Näherung, die das Resultat verbessern würde 306; wenn wir bedenken, dass die Zahl 53 bereits zu gross ist, um sich in die musikalische Praxis umsetzen zu lassen, insbesondere was die Konstruktion von Tasteninstrumenten anbelangt, ist es offensichtlich, dass die Unterteilung der Oktave in 306 Kommas nur eine theoretische Unterhaltung wäre.

Tafel von Mercator

r, s	Anzahl Kommas in einer Oktave	Werte in Cents: Komma	Chromatischer Halbton	Diatonischer Halbton	Ganzton	Terz	Quinte
2, 1	17	70,588	141,17	70,588	211,76	423,52	705,88
3, 1	22	54,545	163,63	54,545	218,18	436,36	709,09
4, 1	27	44,444	177,77	44,444	222,22	444,44	711,11
3, 2	29	41,379	124,13	82,758	206,89	413,79	703,44
5, 2	39	30,769	153,84	61,538	215,38	430,76	707,69
4, 3	41	29,268	117,07	87,804	204,87	409,75	702,43
5, 3	46	26,086	130,43	78,260	208,69	417,39	704,34
5, 4	**53**	22,641	113,2	90,566	203,77	407,54	701,88
7, 4	63	19,047	133,33	76,190	209,52	419,04	704,76
Vergleich mit der pythagoreischen Tonleiter		Komma von P. **CP**	Apotom **A**	Limma **t**	Ganzton **T**	Pythagoreische Terz	Pythagoreische Quinte
		23,460	113,68	90,224	203,91	407,82	701,95

In unserer Lösung haben wir ausschliesslich die Fälle betrachtet, bei denen r grösser als s ist. Die Fälle mit r kleiner als s liefern gewisse Annäherungen an die Tonleiter von Zarlino. Die Fälle mit r = s entsprechen dem gleichmässigen Temperament. Der Fall r = s = 1 liefert das in der Musik üblichste Temperament, bei dem die Oktave in 12 gleichgrosse Halbtöne eingeteilt wird, wie es bei einem richtig gestimmten Klavier der Fall ist.

Für r = s = 2 erhalten wir die Vierteltöne von Haba, für r = s = 3 finden wir Sechsteltöne, wie sie etwa Ferruccio Busoni vorschlug.

Obwohl sich die 53-Stufen-Tonleiter in der Praxis nie durchsetzen konnte, pflegen die Musiker noch heute zu sagen, ein Ton entspreche 9 Kommas, was streng genommen nur für die Tonleiter von Mercator-Holder korrekt ist, obwohl 9 Kommas von Pythagoras eine recht gute Annäherung an den pythagoreischen Ganzton bilden und andererseits 9 Kommas von Didymus ebenfalls eine gute Annäherung an den kleinen Ton von Zarlino bilden.

ZWEITE LÖSUNG

Der zweite Lösungsweg um die Zahl 53 als ideale Zahl für die Unterteilung der Oktave in Kommas zu finden, geht von der Minimierung des Intervalls aus, das dem pythagoreischen Komma entspricht.

Da unser Gehör der Quinte die grösste Empfindung von Konsonanz nach der Oktave beimisst, sind wir daran interessiert, dass alle Quinten eine gute Annäherung an den Wert 3/2 aufweisen. Überlagern wir im System von Pythagoras von einer Grundnote aus (mit Frequenz 1) 12 Quinten und überlagern wir andererseits von der gleichen Grundnote ausgehend 7 Oktaven, erhalten wir zwei Noten, die sich nur durch ein kleines Intervall unterscheiden, das wir als das Komma von Pythagoras mit dem Wert $\frac{3^{12}}{2^{19}}$ kennen.

In der gleichmässig temperierten Tonleiter wird dieses Komma gleichmässig auf die einzelnen Töne verteilt. Wäre das Komma von Pythagoras noch kleiner, würden sich die Quinten noch genauer dem Wert 3/2 nähern. Wir versuchen also, folgendes Problem zu lösen:

Es sind zwei natürliche Zahlen p und q gesucht, so dass das Intervall zwischen einem um p Quinten erhöhten Ton und dem um q Oktaven erhöhten Ton möglichst klein wird.

Wie muss man vorgehen um die optimalen Zahlen p und q zu ermitteln? Verfügt man über einen elektronischen Computer (Mercator und Holder hatten keinen) oder sehr viel Geduld, kann die folgende Tafel berechnet werden, bis man auf ein befriedigendes Resultat stösst (wir suchen eine Annäherung an 1, wenn wir uns in Bruchform ausdrücken, an 0, wenn wir mit logarithmischen Masseinheiten rechnen). Unter den ersten Werten, die berechnet wurden, zeichnet sich der Wert p = 12 aus, der uns das Komma von Pythagoras liefert. Hier wird uns klar, dass die Zahl 12 in welche die Oktave in der modernen gleichmässig temperierten Tonleiter aufgeteilt wird, alles andere als zufällig oder willkürlich ist.

p	q	Erster Ton	Zweiter Ton	Komma	Dezimalwert	*Cents*
1	1	3/2	2	4/3	1,3333	498,04
2	1	9/4	2	9/8	1,125	203,91
3	2	27/8	4	32/27	1,1851	294,13
4	2	81/16	4	81/64	1,2656	407,82
5	3	243/32	8	256/243	1,0534	90,224
6	4	729/64	16	1024/729	1,4046	588,26
7	4	$\frac{2187}{128}$	16	$\frac{2187}{2048}$	1,0678	113,68
8	5	$\frac{6561}{256}$	32	$\frac{8192}{6561}$	1,2485	384,35
9	5	$\frac{19683}{512}$	32	$\frac{19683}{16384}$	1,2013	317,59
10	6	$\frac{59049}{1024}$	64	$\frac{65536}{59049}$	1,1098	180,44
11	6	$\frac{177147}{2048}$	64	$\frac{177147}{131072}$	1,3515	521,5
12	7	$\frac{531441}{4096}$	128	$\frac{531441}{524288}$	1,0136	23,460
13	8	$\frac{1594323}{8192}$	256	$\frac{2097152}{1594323}$	1,3153	474,58
...						

Aber offensichtlich haben Mercator und Holder als intelligente Personen die Zahl 53 nicht durch stures Berechnen aller möglichen Kombinationen dieser Tafel ermittelt. Man bedenke, dass dies mit einer enormen Arbeit verbunden gewesen wäre, da die Grösse der Zweier- und Dreierpotenzen die Rechnungen wesentlich erschwert hätten. Si ist etwa 2^{25} bereits eine Zahl mit 8 Dezimalstellen.

Im XVII Jh. verfügten die Wissenschafter bereits über die im vorangehenden Jh. von John Neper (1550-1617) und Jost Bürgi eingeführten Logarithmen, sowie über die Rechnung mit Kettenbrüchen, die auf den italienischen Mathematiker Bombelli (1522(?)-1572) zurückgeht.

Unser Problem kann folgendermassen formuliert werden: Es müssen p und q gefunden werden, so dass $\left(\frac{3}{2}\right)^p$ eine möglichst gute Annäherung an 2^q bildet. Wenn es möglich wäre ein Komma zu finden mit dem Wert 1 (oder mit dem Wert 0 in der logarithmischen Einheit), würde sich in dem betreffenden System der Quintenzirkel wieder schliessen. Dies ist aber leider nicht möglich, denn sonst könnten wir die Gleichung $\left(\frac{3}{2}\right)^p = 2^q$ erfüllen, die wir auch so ausdrücken können: $3^p = 2^{p+q}$

Diese Gleichung ist offensichtlich unerfüllbar, da eine Potenz mit Base 3 nur dann einer Potenz mit Base 2 gleich sein kann, wenn der Exponent 0 ist. Wenn wir beide Seiten der Gleichung logarithmieren, finden wir:

$$p \cdot \log 3 = (p + q) \cdot \log 2$$

$$\frac{p}{p+q} = \frac{\log 2}{\log 3}$$

Könnte die Zahl $\frac{\log 2}{\log 3}$ als Quotient von zwei ganzen Zahlen, p und (p + q) ausgedrückt werden, wäre die um p Quinten erhöhte Note gleich der um q Oktaven erhöhten Note. Dieser Fall ist aber unmöglich, weil die obige Gleichung nicht erfüllt werden kann, und weil der Quotient $\frac{\log 2}{\log 3}$ irrational ist. Daraus kann auch geschlossen werden, dass es unmöglich ist in einem auf der natürlichen Quinte basierten System, die Schwierigkeiten, die uns das Komma schafft, aus dem Weg zu räumen.

Obwohl die Grenzsituation nicht existiert, haben wir die Möglichkeit, sie beliebig anzunähern. Zu diesem Zwecke können wir die Rechnung mit Kettenbrüchen einsetzen, die hier kurz vorgestellt wird.

Ein Bruch F mit der Form $F = P_1 + \cfrac{1}{P_2 + \cfrac{1}{P_3 + \cfrac{1}{P_4 + \ldots + \cfrac{1}{P_K + \ldots}}}}$

in dem alle P_i natürliche Zahlen oder 0 sind, heisst ein Kettenbruch. Dieser kann endlich oder unendlich sein. Aus praktischen Gründen stellen wir unseren Kettenbruch F folgendermassen dar:

$$F = [P_1, P_2, P_3, \ldots, P_k, \ldots]$$

Die Kettenbrüche erlauben es, jede beliebige reelle Zahl (dabei spielt es keine Rolle, ob diese rational oder irrational ist) als Quotient von zwei ganzen Zahlen beliebig anzunähern.

Hier sei die Technik beschrieben, die wir anwenden, wenn wir eine beliebige reelle Zahl R annähern wollen:

Zuerst berechnen wir die für unsere Annäherung notwendigen P_i. Jede Annäherung entsteht, indem wir nur die ersten n Elemente unter den P_i beachten und die anderen vernachlässigen. Oder mit anderen Worten: wir erhalten die n-te Approximation, indem wir P_i gleich 0 setzen für alle i grösser als n.

Dann wird der Ausdruck, den wir erhalten, nach den Regeln der Bruchrechnung umgeformt.

Lasset uns diese Technik an der Zerlegung in einen Kettenbruch der Zahl 2,15 erproben. P_1 ist der ganzzahlige Anteil von R und entspricht zugleich der ersten Annäherung an R. Der ganzzahlige Anteil von 2,15 ist 2.

R wird als Summe von P_1 und einem Bruch dargestellt, der 1 als Zähler und den Reziprokwert des Rests (von 0,15 in unserem Beispiel) als Nenner hat. In unserem Beispiel ist der Nenner 6,666... Dieser Nenner wird wieder in seinen ganzzahligen Anteil (6 im Beispiel) und den Rest (0,666...) aufgeteilt. Der ganzzahlige Anteil entspricht dem nächsten P_i; der Reziprokwert des Rests wird zum Nenner des nächsten Teilbruchs und muss wiederum in den ganzzahligen Anteil und den Rest unterteilt werden, usw.

Wir haben einen Anhang der Programmierung der Zerlegung einer Zahl in Kettenbrüche gewidmet. In diesem Anhang, den wir 'EIN PROGRAMM IN PASCAL' betitelt haben, wird ein System vorgestellt, mit dem Rechnungen mit ganzen Zahlen beliebiger Stellenzahl durchgeführt werden können.

Im Fall von R = 2,15 erhalten wir den folgenden Kettenbruch: F=[2,6,1,2]

Berechnen wir die aufeinanderfolgenden Annäherungen in unserem Beispiel anhand der herkömmlichen Regeln der Bruchrechnung, erhalten wir:

Annäherung Nummer	Bruch	Dezimalwert
1	2	2
2	13/6	2,1666
3	15/7	2,1428
4	43/20	2,15

Im Fall von rationalen Zahlen, führen aufeinanderfolgende Annäherungen stets zu der genauen Zahl.

<u>BEISPIEL:</u> Die Zerlegung der Quadratwurzel aus 2 (1,41421356...) in einen Kettenbruch gibt uns das folgende Resultat:

F = [1, 2, 2, 2, 2, ...]

Annäherung Nummer	Bruch	Dezimalwert
1	1	1
2	3/2	1,5
3	7/5	1,4
4	17/12	1,4166
5	41/29	1,4137

<u>BEISPIEL:</u> Der durch den Wert $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}6180339...$ festgelegte Goldene Schnitt, gibt uns:

F = [0, 1, 1, 1, 1, ...]

Annäherung Nummer	Bruch	Dezimalwert
1	0/1	0
2	1/1	1
3	1/2	0,5
4	2/3	0,666...
5	3/5	0,6

In diesem speziellen Beispiel beobachten wir, dass sowohl die Zähler, als auch die Nenner der aufeinanderfolgenden Annäherungen die Glieder der Folge von Fibonacci[63] durchlaufen.

<u>BEISPIEL:</u> Die Zerlegung von Pi (π = 3,1415926...) in einen Kettenbruch gibt uns die folgenden Werte:

Annäherung Nummer	Bruch	Dezimalwert
1	3	3
2	22/7	3,142857
3	333/106	3,141509
4	355/113	3,141592

Der Zweck dieses kleinen Ausflugs in den Bereich der Kettenbrüche hatte den Zweck, aufeinanderfolgende Annäherungen an den

[63] Auch Leonardo di Pisa oder Leonardo Bonacci.

Wert $\frac{p}{p+q} = \frac{\log 2}{\log 3} = 0{,}630929753...$ finden zu können. Dabei muss bemerkt werden, dass der Wert dieses Quotienten vom verwendeten Logarithmensystem unabhängig ist. Entwickeln wir nun diesen Wert in einen Kettenbruch, erhalten wir die folgenden Werte für die P_i:

F = [0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 5, 2, 23, 2, 2, ...]

Die ersten 13 Annäherungen sind in der folgenden Tafel dargestellt:

N°	Bruch	Quinte	Oktave	Komma
1	0	-	-	-
2	1	1	0	701,96
3	1/2	1	1	498,04
4	2/3	2	1	203,91
5	5/8	5	3	90,224
6	12/19	**12**	7	23,460
7	41/65	41	24	19,844

N°	Bruch	Quinte	Oktave	Komma
8	53/84	**53**	31	3,6150
9	306/485	306	179	1,7697
10	665/1054	665	389	0,075575
11	$\frac{1560}{24727}$	15601	9126	0,031520
12	$\frac{31867}{50508}$	31867	18641	0,012534
13	$\frac{79335}{125743}$	79335	46408	

Es sei in Erinnerung gerufen, dass die Zähler der Brüche der Anzahl Quinten, die Nenner der Summe der Anzahl Quinten und Oktaven entsprechen. Die letzte Reihe gibt das Komma in *Cents* an, das den verschiedenen Systemen entspräche.

Die Tafel 'Die Noten von Mercator', die mit der Tabellenkalkulation *StarCalc 5.1* des Programms *StarOffice v.5.1a* von *Sun Microsystems, Inc*. berechnet wurde, stellt die numerischen Werte der Tonleiter von Mercator dar. Das Programm konnte auf der Webseite www.sun.com/download/ gratis runtergeladen werden.

Die nächste Tafel zeigt, wie das Rechnungsblatt konstruiert wurde. Die Pfeile zeigen an, in welcher Richtung die Zellen kopiert werden müssen, um das Blatt zu vervollständigen.

	A	B	C	D	E	F
26		▲	▲	▲	▲	▲
27		▲	=CONCATENATE(C34;A30)	▲	▲	▲
28		MOD(B29+22;53)	Fa	▲	▲	▲
29		0	Do	=(2^(1/53))^B30	▲	▲
30	♭	MOD(B29+31;53)	Sol	▼	▲	▲
31	♯	▼	Re	▼	=E$32*(2^(1/53))^(B31-B$32)	▲
32		▼	La	▼	440	1200*(LOG10(D32)/LOG10(2))
33		▼	Mi	▼	=E$32*(2^(1/53))^(B33-B$32)	▼
34		▼	Si	▼	▼	▼
35		▼	=CONCATENATE(C28;A31)	▼	▼	▼
36		▼	▼	▼	▼	▼

Die Noten von Mercator

Potenz	Note	Charakteristik für Do = 1	Frequenz für La=440	Intervall zu Do in *Cents*
51	Mi ♭♭♭♭	1,948365	508,078246	1154,716981
29	Si ♭♭♭♭	1,461216	381,043671	656,603774
7	Fa ♭♭♭	1,095869	285,771494	158,490566
38	Do ♭♭♭	1,643739	428,640353	860,377358
16	Sol ♭♭♭	1,232756	321,467599	362,264151
47	Re ♭♭♭	1,849061	482,182401	1064,150943
25	La ♭♭♭	1,386741	361,622553	566,037736
3	Mi ♭♭♭	1,040015	271,206229	67,924528
34	Si ♭♭♭	1,559960	406,793317	769,811321
12	Fa ♭♭	1,169924	305,082967	271,698113
43	Do ♭♭	1,754817	457,606422	973,584906
21	Sol ♭♭	1,316061	343,191295	475,471698
52	Re ♭♭	1,974014	514,766660	1177,358491
30	La ♭♭	1,480452	386,059785	679,245283
8	Mi ♭♭	1,110295	289,533431	181,132075
39	Si ♭♭	1,665377	434,283036	883,018868
17	Fa ♭	1,248984	325,699445	384,905660
48	Do ♭	1,873402	488,529919	1086,792453
26	Sol ♭	1,404996	366,383004	588,679245
4	Re ♭	1,053705	274,776427	90,566038
35	La ♭	1,580496	412,148402	792,452830
13	Mi ♭	1,185325	309,099123	294,339623
44	Si ♭	1,777918	463,630418	996,226415
22	Fa	1,333386	347,709114	498,113208
0	Do	1	260,771561	0
31	Sol	1,499941	391,141931	701,886792
9	Re	1,124911	293,344891	203,773585
40	La	1,687301	**440**	905,660377
18	Mi	1,265426	329,986999	407,547170
49	Si	1,898064	494,960997	1109,433962
27	Fa #	1,423492	371,206122	611,320755
5	Do #	1,067577	278,393623	113,207547
36	Sol #	1,601302	417,573982	815,094340
14	Re #	1,200929	313,168148	316,981132
45	La #	1,801323	469,733715	1018,867925
23	Mi #	1,350939	352,286406	520,754717
1	Si #	1,013164	264,204395	22,641509
32	Fa ##	1,519686	396,290979	724,528302
10	Do #	1,139720	297,206525	226,415094
41	Sol ##	1,709512	445,792223	928,301887
19	Re ##	1,282084	334,330995	430,188679
50	La ##	1,923050	501,476734	1132,075472
28	Mi ##	1,442231	376,092733	633,962264
6	Si ##	1,081630	282,058437	135,849057
37	Fa ###	1,622382	423,070986	837,735849
15	Do ###	1,216738	317,290738	339,622642
46	Sol ###	1,825036	475,917357	1041,509434
24	Re ###	1,368723	356,923955	543,396226
2	La ###	1,026502	267,682420	45,283019
33	Mi ###	1,539692	401,507810	747,169811
11	Si ###	1,154723	301,118994	249,056604
42	Fa ####	1,732017	451,660696	950,943396
20	Do ####	1,298961	338,732176	452,830189
51	Sol ####	1,948365	508,078246	1154,716981

In diesem Kapitel benutzte Kürzel		
Symbol	Bedeutung	System
T	Ganzton 9/8	P und Z
t	Limma	P
A	Apotom	P
CP	Komma von Pythagoras	P
T'	Kleiner Ton 10/9	Z
sd	Diatonsicher Halbton 16/15	Z
sc	Chromatischer Halbton 24/25	Z
Cd	Komma von Didymus	Z
gl	Grosses Limma	Z
pD	Kleine Diesis	Z
gD	Grosse Diesis	Z
dD	Doppelte Diesis	Z
CM	Komma von Mercator	53

Traditionsgemäss wird manchmal die pythagoreische Tonleiter als Tonleiter der Violinisten, die Tonleiter von Zarlino als die Tonleiter der Physiker, die Tonleiter von Mercator und Holder als Tonleiter der Musiker und schliesslich die gleichmässig temperierte Tonleiter als Tonleiter der Pianisten bezeichnet.

Dieses Kapitel soll keinen allgemeinen Überblick über das grosse Gebiet der musikalischen Tonleitern und der verschiedenen temperierten Stimmungen bieten. Hier wurden nur ein paar der wichtigsten Systeme als Einführung in das Gebiet herausgepflückt[64].

[64] Hier seien die folgenden Werke aufgeführt:
Blackwood, Easly, *The Structure of Recognisable Diatonic Tunings*. Princeton, 1985.
Gandillot, Maurice, *Essai sur la gamme*. Gauthier-Villars, Paris, 1906.
Isacoff, Stuart, *Temperament: The Idea That Solved Music's Greatest Riddle,* Ed. Alfred A. Knopf.
Jorgensen, Owen H., Tuning, Containing The Perfection of Eighteenth-Century Temperament, The Lost Art of Nineteenth-Century Temperament and The Science of Equal Temperament, Michigan State University Press, East Lansing, 1991.
Neumaier, Wilfried, *Was ist ein Tonsystem?* Peter Lang, Frankfurt am Main, 1986.
Piles Estellés, Jaime, *Intervalos y gamas*. Valencia, 1982.

ELEKTROAKUSTISCHE INSTRUMENTE

Ein Buch, das sich hauptsächlich mit der Erzeugung und der Wahrnehmung von Schall, insbesondere von Musikalischem Klang auseinandersetzt, wäre unvollständig, wenn nicht wenigstens auf die elektroakustischen und elektronischen (wie wir gleich sehen werden, sind die beiden Begriffe nicht identisch) Instrumente hingewiesen wäre.

Die Grenze zwischen einem elektroakustischen und einem elektronischen Instrument ist nicht immer scharf gezeichnet. Üblicherweise wird eine Musikinstrument als ELEKTROAKUSTISCH bezeichnet, wenn der Schall mit Mitteln erzeugt wird, die der klassischen Akustik angehören, um anschliessend auf elektronischem Wege verstärkt zu werden. In den ELEKTRONISCHEN INSTRUMENTEN hingegen wird der Schall direkt auf elektronischem Wege erzeugt, ohne Unterstützung von Schallwellen. Es gibt natürlich Zwischenstufen.

Leider lassen sich die Begriffe aus dem Bereich der Tonproduktion nicht auf den Bereich der musikalischen Komposition übertragen: die auf der Manipulation von Tonbandaufnahmen akustischer Erscheinungen basierte Musik wird nicht als elektroakustische Musik bezeichnet, wie es zu erwarten wäre, sondern als konkrete Musik, nach dem Vorschlag eines der Vorkämpfer dieser Sorte von Musik, Pierre Schaeffer. Die Erschaffer Konkreter Musik gehen von Tonbandaufnahmen alltäglicher Geräusche aus, die dann im Sinne eines *Collage* zusammengeklebt werden, vielfach nach deren elektronischen Bearbeitung.

Das Zeitalter der konkreten Musik wurde dank dem Erscheinen auf dem Markt der ersten Tonbandgeräte in den Vierzigerjahren des XX Jh. möglich, da das auf Platten festgehaltene Schallmaterial nicht geklebt werden konnte, und die Montage von Lichttonstreifen, etwa nach dem Verfahren von Vogt, das seit den Zwanzigerjahren bekannt war, zu langsam und zu teuer war.

Als ELEKTRONISCHE MUSIK bezeichnet man die Musik, die ausschliesslich auf elektronischem Weg erzeugte Töne einsetzt. Die Kombination der Techniken der konkreten Musik und der elektronischen Musik wird als ELEKTROAKUSTISCHE MUSIK bezeichnet.

Schliesslich wurde die KYBERNETISCHE MUSIK geschaffen, die auch als COMPUTERMUSIK bezeichnet wird, und bei welcher der Schall restlos mit einem digitalen Computer berechnet wird.

Aber lasset uns zu unseren elektroakustischen und elektronischen Instrumenten zurückkehren. Eines der populärsten elektroakustischen Instrumente ist die ELEKTRISCHE GITARRE. Die elektrischen Gitarren tauchten ungefähr ab 1935 auf dem Markt auf. Wir haben es hier mit einem typischen elektroakustischen Instrument zu tun, da die Schwingungen mit einem Medium der klassischen Akustik, der schwingenden Saite, erzeugt werden. Spielen wir aber auf der elektrischen Gitarre ohne den elektronischen Verstärker einzuschalten, erhalten wir eine wesentlich schwächere Wiedergabe, als bei der klassischen Gitarre, da die elektrische Gitarre keinen eigentlichen Resonanzboden aufweist. Die Funktionsweise dieses Instrumentes kann mit derjenigen des ersten Telephons von Bell verglichen werden. Eine Spule, der Pick-up, meist mit einem magnetisierten Kern versehen, befindet sich in geringer Entfernung von jeder einzelnen Saite. Da die Saiten aus Stahl sind, beeinflussen die Schwingungen derselben das magnetische Feld der Spulenkerne, wodurch schwache Wechselspannungen entstehen, die elektronisch verstärkt werden können. Der so erhaltene Schall kann auf elektronischem Wege weiter verarbeitet werden, um einen grossen Klangreichtum zu erhalten. Die Lage der Pick-ups hat einen entscheidenden Einfluss auf die Klangfarbe und die Intensität der erzeugten Töne. Rüsten wir eine elektrische Gitarre mit nichtmetallischen Saiten aus, bleibt uns nur noch eine akustische Gitarre ohne Resonanzboden übrig.

Ein Instrument, das durch die Art, die Schwingungen zu erfassen an die elektrische Gitarre erinnert, ist das elektrische Klavier, das um 1930 durch den Physiker Nernst zusammen mit der berühmten Klavierfabrik Bechstein erbaut wurde. Das Resultat war das als Neo-Bechstein bekannte Instrument. Beim elektrischen Klavier kann die Intensität des Tons noch nach dem Niederdrücken der Taste mit einem Pedal dosiert werden. Der mechanische Teil und die Funktion des rechten Pedals wurden vom klassischen Klavier übernommen. Bei modernen elektrischen Klaviere pflegen Stahlstäbe die Funktion der Saiten zu erfüllen.

Um 1935 erschuf der Pfarrer Pujet von Paris einen Riesen unter den elektroakustischen Instrumenten, die er als *"Orgue Radio-Synthétique"* bezeichnete. Es handelte sich dabei um eine grossräumig angelegte Orgel mit vier Manualen und einem Pedalier. Die Partialtöne wurden mit Mikrophonen individuell erfasst. Mehr als 50 Register dienten dazu, die Intensität einzustellen, mit der die verschiedenen Kanäle an der elektronischen Synthese teilnehmen sollten.

In den modernen elektronischen Instrumenten, Synthesizern und Orgeln, werden die Klänge aus in elektronischen Schwingkreisen erzeugten Tönen zusammengesetzt.

Eine mögliche Form der Synthese besteht in der Überlagerung von sinusförmigen Partialtönen. Andere Systeme arbeiten mit Oszillatoren, die periodische Wellen in verschiedenen Formen erzeugen. Eine weitere Art, Töne mit verschiedenen Klangfarben herzustellen, besteht im Herausfiltern einzelner Frequenzen aus einer Sägekurve (die bekanntlich alle sinusoidalen Partialtöne enthält, wobei die Amplituden umgekehrt proportional zum jeweiligen Index sind) oder einer rechteckigen Kurve mit elektronischen Filtern. Dieses letztere System kann als subtraktiv bezeichnet werden. Die Übergangserscheinungen können angenähert werden, indem man die so erhaltenen Wellen mit verschiedenen Formen moduliert. Nicht alle historischen Instrumente beruhten auf diesem Prinzip, wie wir am Beispiel des *Trautoniums* und der *Hammondorgel* sehen werden.

Eines der ersten elektronischen Instrumente war das *Dynamophone* von Cahill, das um 1906 konstruiert wurde. Es handelte sich um einen elektronischen Synthesizer im modernen Sinne des Wortes. Der durch Helmholtz erbaute Synthesizer zur Erzeugung von Vokalen und derjenige, den R. Koenig aus Sirenen aufbaute verdienen das Adjektiv 'elektronisch' nicht. Ein elektronischer Synthesizer ist ein Gerät, das nach gewissen Regeln die Partialtöne eines Tons mischt, um eine gewisse Klangfarbe zu erreichen. Der Synthesizer von Cahill war eine Riesenmaschine, die nach zeitgenössischen Zeugen mehrere Tonnen schwer war. Es handelte sich um ein Tasteninstrument, an das verschiedene Manuale angeschlossen werden konnten. Da mit dem Gerät Töne mit beliebigen Frequenzen erzeugt werden konnten, fand Ferruccio Busoni in ihr ein geeignetes Werkzeug zur Erzeugung seiner Mikrointervalle und er lobte die Erfindung in seinem Buch *"Entwurf einer neuen Ästhetik der Tonkunst"*.

Das *Superpiano* von Spielmann aus dem Jahr 1922 war ein Tasteninstrument, bei dem die Töne auf photoelektrischem Wege erzeugt wurden: gleichmässig kreisende Scheiben spiegelten einen Lichtstrahl auf eine Photozelle, die den Strom im Takt der schwarzen und spiegelnden Zonen auf der Scheibe unterbrachen.

Ein anderes bemerkenswertes historisches Instrument ist das *Trautonium* (nach seinem Erfinder Trautwein), aus dem Jahre 1930. Dieses Instrument besteht im Wesentlichen aus einer Metallstange, auf welche in kurzem Abstand eine Stahlsaite aufgezogen wurde. Sowohl die Stange, wie auch die Saite, die voneinander elektrisch isoliert sind, sind mit einem elektronischen Schwingungserreger verbunden. Das *Trautonium* wird gespielt, indem man mit dem Finger in bestimmten Abständen die Saite auf die Stange drückt. Je nach der Position des Kontaktes, verändert sich der elektrische Widerstand und die Frequenz des erzeugten Tons verändert sich demenstprechend. Dieses Instrument bietet ähnliche Möglichkeiten, wie eine Violine, wobei der Bogen durch die verschiedenen elektrischen Steuerungen ersetzt wird.

Unter allen elektroakustischen Instrumenten, ist eines der populärsten die *Hammondorgel*, welche im Jahr 1934 erbaut und über Jahrzehnte ständig verbessert wurde. Wie beim *Superpiano* von Spielmann, handelt es sich auch hier um ein elektromechanisches Instrument, da die Tonerzeugung auf drehende Räder begründet ist. In der Hammondorgel befinden sich drehende Zahnräder, welche vor Elektromagneten mit magnetischen Eisenkernen rotieren, so dass schwache Wechselströme erzeugt werden, ähnlich wie beim Bellschen Telephon, allerdings kräftiger. Anschliessend werden diese Ströme auf elektronischem Weg verstärkt, bearbeitet und gemischt. Die Form der Zähne beeinflusst wesentlich die Klangfarbe der Töne, ähnlich wie bei einer Sirene die Lochform.

Die tonerzeugenden Räder, welche die Grundtöne erzeugen (je einer für jede Taste der Tastatur) drehen sich auf einer der zwölf Wellen[65] des Systems, wobei sich jede Welle 1,059 (zwölfte Wurzel aus 2) mal schneller dreht als ihr Vorgänger. Von einer Oktave zur anderen enthalten die Zahnräder derselben Welle die doppelte Anzahl Zähne. Bei der Tonsynthese werden die Partialtöne mit den Noten aus der gleichmässig temperierten Tonleiter angenähert. Der bedeutendste Nachteil dieses Systems ist vermutlich die schlechte Annäherung an den siebten Partialton, dessen grosse Bedeutung für die musikalische Ästhetik eines Klanges experimentell nachgewiesen wurde, obwohl es sich um einen dissonanten Partialton handelt.

Die Verfechter der Hammondorgel versichern, dass mit ihr über 20 Millionen Klangfarben erzeugt werden können. Aus der Sicht der mathematischen Kombinatorik ist dieses Argument zweifelsohne unanfechtbar. Aber die Tatsache, dass 20 Millionen Klänge zur Verfügung stehen, beweist noch lange nicht, dass eine bestimmte Klangfarbe mit dem Instrument befriedigend angenähert werden kann. Ein Beispiel aus dem Bereich der Farben soll diese Feststellung erläutern: Mit vier Farbtöpfen, Schwarz, Weiss, Gelb und Zyanblau kann eine Anzahl Farbnuancen gemischt werden, die nur durch unsere optische Wahrnehmung begrenzt ist. Trotzdem ist es unmöglich, mit

[65] Eine Welle ist eine Achse auf der sich die Räder zusammen mit der Achse drehen.

den vier Töpfen einen Farbstoff herzustellen, der sich ans Rot, ans Magenta oder ans Orange annähert.

Die Hammondorgel muss dank einer guten Synchronisation der zwölf Wellen, welche die Konstanz zwischen den verschiedenen Intervallen gewährleistet, nie gestimmt werden. Allenfalls muss ab und zu die Drehgeschwindigkeit des Motors eingestellt werden.

In den letzten Jahrzehnten arbeiten verschiedene Forscher, wie etwa Jean-Claude Risset an der Tonsynthese mittels digitaler Computer. Anhand eines Programms berechnen diese Maschinen die Zerlegung der phonographischen Kurve des Schalls in Zahlenform (wie bei einer Compact Disk). Die einigermassen befriedigende Reproduktion der Klangfarbe der akustischen Instrumente mit elektronischen Hilfsmitteln ist eine verhältnismässig neuere Errungenschaft, da die ersten Versuche an einer allzu starken Vereinfachung der akustischen Verhältnisse scheiterten.

Es kann gesagt werden, dass der musikalische Reiz der Töne durch allzu grosse mathematische Perfektion verloren geht. Etwas ähnliches kann auch im Bereich der graphischen Künste beobachtet werden: eine gelungene Photographische Aufnahme muss ein Korn haben, eine Radierung oder die Oberfläche einer Statue muss eine gewisse Struktur aufweisen, um den Geschmack des raffinierten Kunstfreundes zu befriedigen.

Nehmen wir das Beispiel eines Klaviertons: wie wir weiter oben sahen, folgen die Noten nicht ganz strikte dem durch die geometrische Folge der temperierten Tonleiter gegebenen Muster. Vielmehr pflegen sich die hohen Töne gegenüber dem mathematischen Gesetz zu verschärfen, während in den tiefen Bereichen das Gegenteil der Fall ist. Man spricht von der Unharmonie des Klaviers. Auf ähnliche Weise sind die Partialtöne nie perfekt harmonisch. Diese kleinen Abweichungen werden durch unsere abweichende Frequenzwahrnehmung recht gut kompensiert. Es ist auch eine Übertreibung, eine ganze periodische Kurve mit einer einzigen stetigen Kurve zu modulieren, denn sehr genaue Experimente haben gezeigt, dass in der akustischen Praxis jeder einzelne Partialton durch eine eigene Kurve moduliert wird, die leicht von den anderen abweicht.

Aber wer mit dem Computer Klänge synthetisiert beschränkt sich im Allgemeinen nicht auf die Reproduktion der Töne der akustischen Instrumente, sondern strebt nach einem viel höheren Ziel: er versucht, von der instrumentalen Tradition unabhängige neue und zugleich musikalisch anziehende Klänge zu kreieren.

Zu den nobelsten elektronischen Instrumenten gehören die mit dem *Silent*-System ausgerüsteten Klaviere von Yamaha, die wahlweise als normale akustische Klaviere oder aber als elektronische

Klaviere funktionieren, wobei im letzten Fall nach Ausschaltung der Hämmer die Information über die Anschlagkraft und die Stellung der Tasten und des Pedals elektronisch ausgewertet und einem ausgereiften Synthesizer zugeführt werden, der mit verblüffender Perfektion den Ton eines Konzertflügels nachahmt.

In den letzten 30 Jahren ist die Anzahl der verschiedenen elektronischen Musikinstrumente extrem stark angewachsen. Die meisten Bausteine der elektronischen Musikanlagen, wie etwa Synthesizer, Sampler, Sequencer, Verstärker und Keyboards erfüllen mehrere Aufgaben zugleich und lassen sich miteinander vernetzen. Am Anfang war es schwierig oder beinahe unmöglich, Komponenten von verschiedenen Fabrikanten miteinander zu kombinieren, bis um 1983 eine universell akzeptierte Steuersprache kreiert wurde, die es erlaubte, alle mit einem entsprechenden Kodiergerät (Schnittstelle) ausgerüsteten elektronischen Instrumente miteinander zu verbinden, MIDI (Musical Instrument Digital Interface). Die MIDI-Sprache teilt jedem elektronischen Instrument mit, in welchem Moment es welchen Ton erzeugen muss, mit welcher Lautstärke, Klangfarbe und Dauer. Zur Simulation verschiedener akustischer Instrumente sind eine ganze Reihe von verschiedenen Kanälen vorgesehen. Die Kommunikation von zwei oder mehr elektronischen Musikgeräten mittels MIDI ist mit der Vernetzung von zwei oder mehr Komputern über ein Modem vergleichbar.

Die modernen Synthesizer erlauben es, eine Vielzahl von Klangfarben zu synthetisieren, die dann einem Verstärker zugeleitet werden. Ein Sequenzer ist ein Gerät, das Tonfolgen (heute meist MIDI-Sequenzen) speichern, bearbeiten und abspielen kann. Ein Sampler ist mit einem digitalen Tonbandgerät vergleichbar und erlaubt es, kurze Klänge oder Geräusche, sogenannte Samples, aufzunehmen, in digitaler Form zu speichern und weiter zu verarbeiten. Die Samples können etwa transponiert, gespiegelt oder auf verschiedene Arten verzerrt werden.

In letzter Zeit arbeiten die meisten elektronischen Musikinstrumente digital. Die Tendenz, welche verschiedene Bereiche des modernen Lebens grundsätzlich verändert hat, hat sich auch im Bereich der elektronischen Musik bemerkbar gemacht: Hoch spezialisierte Geräte arbeiten erst mit dem Komputer zusammen und werden dann allmählich durch ein Programm abgelöst. Ein moderner PC wird mit den meisten Ansprüchen der elektronischen Musik fertig. Über die Sound-Karte des PCs können akustische Signale in Dateiform verwandelt werden.

Der Vertrieb von Musik in Form von MIDI-Dateien, wie sie auf dem Internet vielfach angeboten werden, ist mit der Klavierrolle vergleichbar. Werden die Noten in streng metronomischer Form streng ab Partitur eingegeben, erhält man eine absolut gefühllose Wiedergabe, die sich mit derjenigen eines Pianolas vergleichen lässt. Werden die Noten von Hand editiert, mag das Ergebnis etwas besser klingen. Wesentlich besser klingen MIDI-Dateien, die anhand einer guten Interpretation auf einem Disklavier von Yamaha angefertigt werden. Auch der elektronisch nachgebildete Klavierton ist nicht immer befriedigend, aber letzterer hängt nicht von der MIDI-Datei, sondern vom eingesetzten Synthesizer ab. Wer die Sound-Karte des PCs als Synthesizer einsetzt erhält selten optimale Resultate.

Wenn auch die elektronische Interpretation von klassischer Musik selten befriedigt, kenne ich doch zur Zeit eine löbliche Ausnahme: die Einspielung des ersten Buches des *Wohltemperierten Klaviers* von J.S. Bach durch den Künstler John Grant sind absolute Spitzenklasse. Die 24 Präludien und Fugen können zur Zeit im Internet unter www.mp3.com heruntergeladen werden. Wie der Künstler angibt, setzt er für die Erstellung seiner Interpretationen das Programm *Gigasampler*, einen Sequenzer und einen Steinway-Flügel Modell B ein.

Wenn wir die eine oder andere Spur einer Audio-CD auf unseren PC übertragen wollen (das ist nicht in jedem Fall legal), erhalten wir Dateien mit der Endung WAV. Diese Dateien sind enorm gross und für die Sendung übers Internet daher nicht geeignet. Es gibt zwei Wege, um diese Dateien zu komprimieren. Man kann einen Kompressor anwenden, der es erlaubt, die Dateien wieder in identischer Form zurückzugewinnen, wie etwa PKZIP.EXE von PKWARE Inc. Aber WAV-Dateien werden dadurch leider nicht viel kleiner. Oder man kann einen Algorithmus schaffen, der aus den Musikdateien gerade diejenige Information eliminiert, welche von unserem Gehör ohnehin nicht vernommen werden kann. Das ist die Arbeit, welche im Institut Frauenhofer durchgeführt wurde und zum MPEG-Standard führte. Die mit diesem Algorithmus kompromierten Dateien erhalten die Dateiendung MP3 und sind wesentlich kleiner als die WAV-Dateien. Die MP3-Dateien können wieder zu WAV-Dateien umgeformt werden, die dann auf Audio CD kopiert werden können. Inzwischen gibt es bereits tragbare Abspielgeräte, die direkt mit MP3-Dateien arbeiten. Die Kapazität einer CD wird damit um ein Mehrfaches gesteigert.

Ein ähnlicher Algorithmus hat auch zur digitalen Videoplatte DVD geführt, die in den nächsten paar Jahren die VHS Videokassetten ablösen dürfte.

ANHANG: DAS STIMMEN EINES KLAVIERS

Obwohl das Klavier ein Instrument mit unveränderlichen Tönen ist, neigt sich die Höhe der einzelnen Töne mit der Zeit zu verändern, und es ist notwendig, es hie und da zu stimmen. Während ein Klavier zuhause normalerweise mit einer Stimmung im Jahr auskommt (je nach den Ansprüchen des Benutzers, aber auch je nach der Luftfeuchtigkeit und anderen Umständen, wie der Qualität und dem Zustand des Instrumentes), sollte ein Klavier, das für Schallplatteneinspielungen dient, vor jeder Sitzung überprüft werden.

Die erste Aufgabe des Stimmers ist die Stimmung des La (3) mit einer Stimmgabel. Normalerweise wird das la auf die Frequenz von 440 Hz gebracht, handelt es sich aber um ein sehr altes Instrument, ist es manchmal vorsichtiger, es angesichts der grossen Saitenspannung leicht tiefer zu stimmen[66].

Nachher muss der Stimmer eine oder zwei Oktaven im Bereich um das La (3) stimmen und zwar nach den temperierten Intervallen. Schliesslich werden die Töne oktavenweise auf den Rest der Klaviatur übertragen. Da die meisten Klaviertöne durch zwei oder drei nahe beieinander liegende Saiten vertreten werden, setzt der Stimmer Keile aus Gummi oder Leder ein, um die Saiten, die in einem bestimmten Augenblick nicht mitschwingen sollen, zu dämpfen. Soll etwa das La auf 440 Hz gestimmt werden, werden zuerst die beiden seitlichen Saiten des Chors gedämpft, während die mittlere mit der Stimmgabel in Einklang gebracht wird. Dann wird eine der seitlichen Saiten befreit und mit der mittleren in Einklang gebracht. Schliesslich wird die dritte Saite der Gruppe in gleicher Weise gestimmt. Der Einklang zeichnet sich durch Abwesenheit von Schwebungen zwischen den beiden gleichen Noten aus.

Die Errichtung der Temperatur ist die Arbeit, welche vom Stimmer die grösste Beherrschung erheischt. Eine korrekt durchgeführte Temperatur erlaubt es, jedes beliebige Musikstück in jede beliebige Tonart zu transportieren, ohne dabei eine vor den anderen zu begünstigen. Es sei in Erinnerung gerufen, dass die Frequenzen der Noten

---

[66] Tatsächlich übertrifft die Summe der Spannungen aller Saiten selbst in den kleinsten Klavieren leicht die Gewichtskraft einer Masse von 10 t.

der chromatischen temperierten Skala eine geometrische Folge bilden, dessen Quotient die zwölfte Wurzel aus 2 ist, die wir hier r nennen werden. (r = 1,05946309...). Im Laufe der Geschichte wurden verschiedene Hilfswekzeuge erfunden, um zu einer korrekten Temperatur zu kommen. Eines der ältesten Systeme besteht darin, die 12 Noten der chromatischen Tonleiter nach einem Satz von entsprechenden Stimmgabeln zu stimmen. Da es für die meisten Leute einfacher ist, einen Ton so zu stimmen, dass er mit dem vorgegebenen Ton eine bestimmte Anzahl Schwebungen erzeugt, wurden auch Stimmgabelsätze erzeugt, deren Frequenzen je um eine bestimmte Anzahl Hz (zum Beispiel 5 Hz) höher (oder tiefer) als der zu stimmende Ton ist. Es musste dann so gestimmt werden, dass bei jeder Note je eine Schwebung von 5 Hz entstand. Die Fähigkeit, die Geschwindigkeit der Schwebungen richtig einzuschätzen ist für einen Klavierstimmer unentbehrlich und muss mit Ausdauer meist jahrelang geübt werden. Nebenbei sei bemerkt, dass unser Satz Stimmgabeln, die sich je um 5 Hz von den Noten der gleichmässig temperierten Tonleiter unterscheiden, untereinander keine gleichmässig temperierte Tonleiter bilden, da ihre Frequenzen keine geometrische Folge bilden. Daraus kann geschlossen werden, dass ein solcher Stimmgabelsatz nur für das Stimmen auf eine ganz bestimmte Höhe eingesetzt werden können, wie etwa 440 Hz[67].

Später erschien eine Art von Sirenen auf dem Handel, mit denen Töne beliebiger Frequenz erzeugt werden konnten. Später wurden für den selben Zweck elektronische Tonerzeuger auf den Handel gebracht. Aber keines dieser Hilfsmittel konnte sich in der Praxis der Klavierstimmer durchsetzen, die von einer Verteilung auszugehen pflegen, die aufgrund von Schwebungsfrequenzen von Obertönen der verschiedenen Noten der temperierten Tonleiter erstellt wurden.

Dieses Verfahren sei vorerst an einem Beispiel erläutert: Es handelt sich darum, das Mi (4) anhand des La (3) mit 440 Hz zu stimmen. Müsste das Intervall [La, Mi] rein gestimmt werden, wie in der Tonleiter von Pythagoras, also mit einem Quotient 3 : 2, wäre die Frequenz des Mi gleich 660 Hz. Aber die temperierte Quinte ist etwas kleiner als die reine Quinte. Bezeichnen wir die zwölfte Wurzel aus zwei als r, entspricht die Quinte dem Wert $r^7 = 1{,}49830$. Um das Mi mit der nötigen Präzision stimmen zu können, muss der erste

[67] Umgekehrt kann auch gefolgert werden, dass ein Satz Stimmgabeln, die einer gleichmässig temperierten Tonleiter entsprechen, nicht dafür eingesetzt werden kann, die entpsrechenden Töne mit je 5 Schwebngen zu stimmen, wie oben beschrieben. Lassen wir jedoch die Schwebungen in Funktion der Tonhöhe von etwa 2 Hz für den tiefsten Ton bis zu 3,7754 *Hz* ($2 \cdot \left(\sqrt[12]{2}\right)^{11}$ für den höchsten Ton zu nehmen, so würden wir ein einwandfreies Ergebnis erzielen.

gemeinsame Oberton von Mi (4) und La (3) betrachtet werden, nämlich Mi (5), das mit Mi (4) eine Oktave (zweiter Partialton) und mit La (3) eine Duodezime (dritter Partialton) bildet. Nun stimmen in der gleichmässig temperierten Tonleiter diese beiden Töne nicht genau überein, da Mi (5) als Oktave von Mi (4) aufgefasst eine Frequenz von 1318,51 Hz aufweist, während die Note Mi (5) als dritter Partialton von La (3) eine Frequenz von genau 1320 Hz aufweist. Zwischen diesen beiden Tönen haben wir eine Schwebung von ca. 1,5 Hz. Selbstverständlich variiert die Frequenz der Schwebungen bei einem festen Intervall proportional zu den ausgewählten Grundnoten. Trifft andererseits der n-te Partialton einer Note mit dem m-ten Partialton einer anderen Note zusammen, so treffen auch die Partialtöne 2·n mit 2·m, 3·n mit 3·m zusammen, usw. Die Schwebungen zwischen den niedrigstmöglichen Partialtöne sind natürlich in der Praxis meist am nützlichsten. Diese Situation ist vergleichbar mit der Addition der Brüche, bei der wir das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der Nenner ermitteln.

Theoretisch ist es möglich, eine perfekte Temperatur nur durch Einsatz von Quinten und Oktaven (die Oktave ist das einzige "natürliche" Intervall der temperierten Tonleiter) zu erhalten[68], aber es muss beachtet werden, dass die Anhäufung der Fehler über 12 Schritte hinweg schwierig zu zügeln ist. Normalerweise benutzen die Stimmer zur Festlegung der temperierten Grundoktave mehrere Typen von Intervallen, die anhand von Schwebungen zwischen den Obertönen ihrer Grenztöne genau justiert werden können. Die folgende Tabelle stellt die beim Stimmen am häufigsten eingesetzten Intervalle dar, zusammen mit den niedrigsten Obertönen, welche die angegebenen Schwebungen erzeugen. Die numerischen Werte wurden aufgrund eines La mit der Frequenz von 440 Hz berechnet. Ist das temperierte Intervall kleiner als das entsprechende Intervall der Tonleiter von Zarlino, wurde den Schwebungen das Zeichen "-" vorangesetzt. Das bedeutet natürlich nicht, dass die Schwebungen negativ sind, was sinnlos wäre.

Terz, 4 Halbtöne					
Noten	Frequenzen	Partialton Nummer	Gemeinsamer Partialton	Frequenzen	Schwebungen
Do	261,625	5	Mi	1308,12	10,3824
Mi	329,627	4		1318,51	

[68] Wie wir weiter unten sehen werden, ist dank einer Erscheinung, die wir als Unharmonie des Klaviers bezeichnen, auch die Oktave nicht im strengsten Sinne des Wortes "natürlich".

Quarte, 5 Halbtöne					
Noten	Frequenzen	Partialton Nummer	Gemeinsamer Partialton	Frequenzen	Schwebun-gen
Do	261,625	4	Do	1046,50	1,182446
Fa	349,228	3		1047,68	

Quinte, 7 Halbtöne					
Noten	Frequenzen	Partialton Nummer	Gemeinsamer Partialton	Frequenzen	Schwebun-gen
Do	261,625	3	Sol	784,876	-0,885794
Sol	391,995	2		783,990	

Sexte, 9 Halbtöne					
Noten	Frequenzen	Partialton Nummer	Gemeinsamer Partialton	Frequenzen	Schwebun-gen
Do	261,625	5	Mi	1308,12	11,8722
Mi	440,00	3		1320,00	

Dezime, 16 Halbtöne					
Noten	Frequenzen	Partialton Nummer	Gemeinsamer Partialton	Frequenzen	Schwebun-gen
Do	261,625	5	Mi	1308,12	10,3824
Mi	329,627	2		1318,51	

Unter den verschiedenen von den Klavierstimmern eingesetzten Verfahren zur Einteilung der Grundoktave stellen wir hier eines vor, das zwar nicht sehr verbreitet ist, aber den Vorteil einer minimalen Fehleranhäufung aufweist, da die längste Kette von hintereinander aufgrund des Vorgängers gestimmten Tönen drei Noten aufweist. Dieses System, welches in der nächsten Tafel schematisch dargestellt wird, erfordert vom Stimmer die Kenntnis der Schwebungen der temperierten Terzen, Quarten, Quinten und Sexten. Die entsprechenden Intervalle werden in der Figur mit den Zahlen 4, 5, 7 und 9 bezeichnet, also mit der Anzahl Halbtöne, welche den betreffenden Intervallen entsprechen, aber auch mit den Exponenten des Quotienten r, welche die verschiedenen Intervalle in der geometrischen Folge der gleichmässig temperierten Tonleiter charakterisieren. Es wird von einem auf die gewünschte Höhe (meist 440 Hz) gestimmten La ausgegangen. Vom La aus können 8 Noten gestimmt werden, wobei sich 6 unter ihnen durch den Namen unterscheiden:

Eine Sexte (9) tiefer finden wir das Do.
Eine Quinte (7) tiefer finden wir das Re.

Eine Quart (5) tiefer finden wir das Mi.
Eine Terz (4) tiefer finden wir das Fa.
Eine Terz höher finden wir das Do #.
Eine Quart höher finden wir das Re (Oktave des unteren Re).
Eine Quinte höher finden wir das Mi (Okt. des unteren Mi).
Eine Sexte höher finden wir das Fa #.

Die Intervalle zwischen den verschiedenen Noten erlauben es uns, ihre Exaktheit zu überprüfen. Anhand der bisher vom La abgeleiteten Noten, die wir als *Noten zweiter Generation* bezeichnen können, können wir vier weitere Noten der Tonleiter bestimmen, nämlich:

Eine Quinte über dem Do, respektive eine Quinte unter dem Re erhalten wir das Sol.

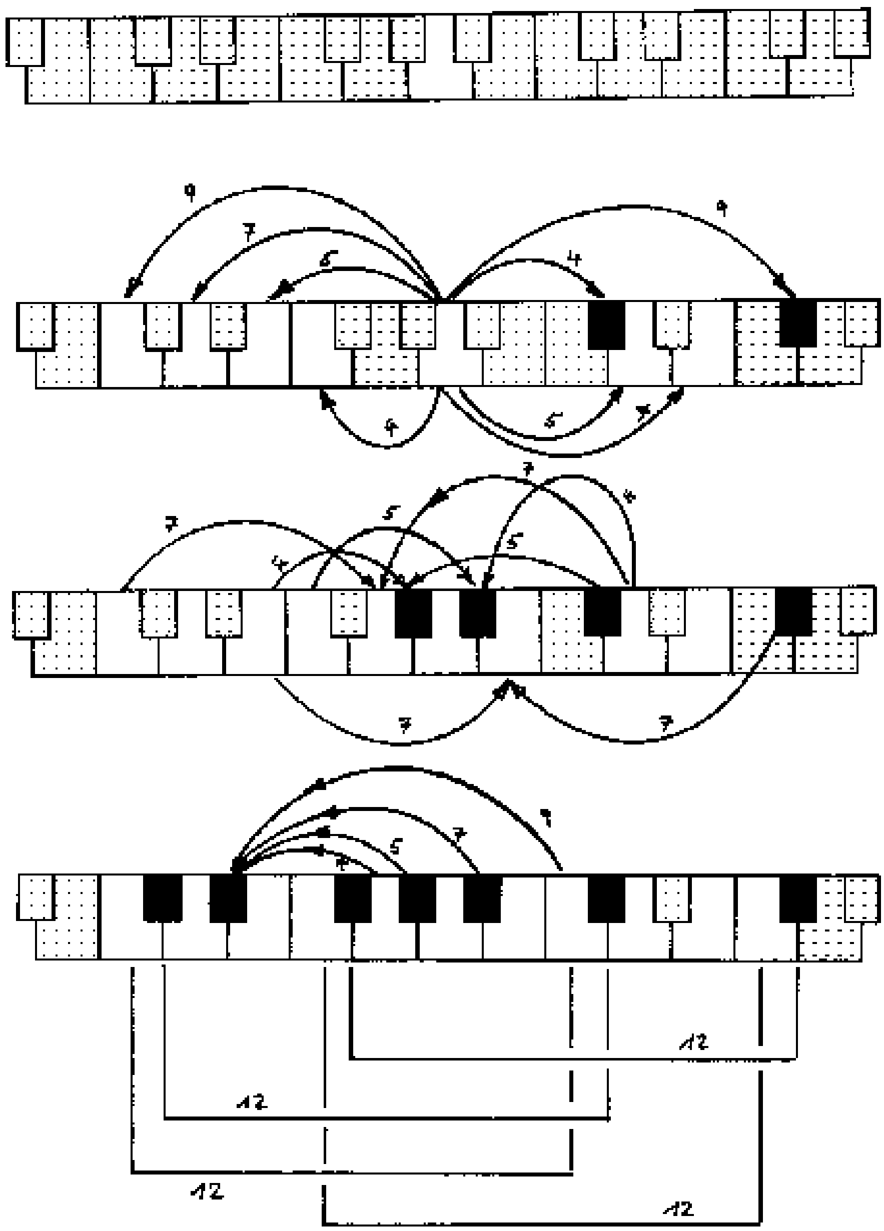
Eine Terz über dem Mi, respektive eine Quart unter dem Do # erhalten wir das Sol #.

Eine Quarte über dem Fa, respektive eine Terz unter dem Re erhalten wir das La #.

Eine Quinte über dem Mi, respektive eine Quinte unter dem Fa # erhalten wir das Si.

Nun fehlt uns nur noch das Re #, die einzige Note, die wir als Note vierter Generation bezeichnen können. Diese Note kann aber anhand jedes beliebigen der bisher betrachteten Intervalle gestimmt werden, wenn vorher die Oktaven der neu bestimmten Noten rein gestimmt wurden.

Das hier bestimmte Verfahren ist unter den Klavierstimmern bei ihrer täglichen Praxis nicht üblich. Die Schwebungen, die nämlich am besten mit dem Gehör bewertet werden können liegen zwischen 1 und 2 pro Sekunde. Im Tonumfang, den wir hier in unserem Beispiel verwenden sind die Schwebungen der grossen Terzen zu schnell, um mit genügender Genauigkeit bewertet zu werden, so dass viele Stimmer es vorziehen, den vorher beschriebenen Quintenzirkel zu schliessen, wobei die Terzen und Sexten als Kontrolle herangezogen werden.



Ein System, um das Klavier zu stimmen.

Nach dem Stimmen der Grundoktave können die Töne oktavenweise[69] auf die ganze Ausdehnung der Tastatur übertragen werden. Um eine Oktave zu stimmen, wird einer der Töne auf die Höhe des zweiten oder vierten Partialtons der anderen Note gebracht. Da aber die Saiten nicht ideale Saiten im mathematischen Sinne darstellen, und daher die Obertöne nicht genau harmonisch sind, sondern etwas höhere Frequenzen aufweisen, als den natürlichen Vielfachen der Grundfrequenz entspricht, fallen die Frequenzen der höheren Klaviertöne bei einem korrekt gestimmten Klavier stets etwas höher aus, als die aus dem La (3) berechneten Frequenzen. In den tiefen Lagen fallen die Frequenzen entsprechend niedriger aus. Diese leichte Unharmonie der Klaviertöne[70] (welche bewirkt, dass die Töne nicht mehr im strengsten mathematischen Sinn periodisch sind) ist ein wichtiger Faktor der Klangfarbe des Instruments.

Diese individuelle Abweichungen der Frequenzen von der errechneten geometrischen Folge müssen bei der elektronischen Reproduktion der Klangfarbe des Klaviers berücksichtigt werden und erschweren auch das Stimmen eines Klaviers mit einem elektronischen Hilfsgerät. Es ist eine eigentümliche Tatsache, dass sich die Töne eines korrekt gestimmten Klaviers mehr an die psychologische Skala der *Mel* annähern, als an die berechnete gleichmässig temperierte Tonleiter, vor allem in den extremen Bereichen.

Um die tiefsten Töne zu stimmen, setzen viele Stimmer einen Kunstgriff ein: Berührt man die Saite leicht in ihrem Zentralpunkt oder in einem Drittel ihrer Länge, erzeugt die Saite harmonische Töne (die wie schon gesagt nicht mit den Partialtönen zu verwechseln sind, da ein Partialton ein reiner Sinuston ist, während ein harmonischer Ton selber ein zusammengesetzter Ton sein kann, der seinerseits Obertöne enthalten kann) mit höheren Frequenzen, die das Gehör leichter bewerten kann.

Nach dem bisher Gesagten scheint jede beliebige intelligente Person, die das Glück hat, die Obertöne zu vernehmen, in der Lage zu sein, selber ihr Klavier zu stimmen. Dem ist aber nicht so. Es muss auch noch die mechanische Praxis bewältigt werden. Die Stimmnägel können nicht wie starre Zylinder, die aus dem Stimmstock ragen, behandelt werden. Es muss beachtet werden, dass sie neben der Drehung auch einer minimalen seitlichen Bewegung in Kraftrichtung

---

[69] Auch bei der oktavenweisen Übertragung sollten die Terzen, Quarten, Quinten, Sexten und Dezimen kontrolliert werden.

[70] Die Unharmonie ist nicht immer gleichmässig verteilt und weicht von einem Klavier zum anderen ab. Ein kompetenter Stimmer hat mir mal erklärt, dass manchmal in den extremen Lagen die Töne mit dem Gehör alleine gestimmt werden muss, weil man sich auf die Unharmonie nicht immer verlassen kann.

unterworfen sind. Ein guter Stimmer versteht es, die Kräfte so auszugleichen, dass die Stimmung auch hält. Wer die mechanische Technik des Stimmens nicht beherrscht, kann die Überraschung erleben, dass ein anscheinend perfekt gestimmtes Klavier nach ein paar Tagen aus der Stimmung kommt.

Dies ist die Technik, welche von den meisten Klavierstimmern benutzt wird:

> Zuerst wird die Saite ein wenig gelöst, um sie auf dem oberen Steg ins Rutschen zu bringen.
>
> Anschliessend wird der Ton leicht über die angestrebte Frequenz erhöht.
>
> Schliesslich wird der Ton durch mehrere Hebelbewegungen in Richtung des Steges, ohne den Stimmnagel zu drehen auf die gewünschte Frequenz abgesenkt.

Die Grundlage, um eine korrekte und stabile Stimmung zu erreichen besteht in der langjährigen Praxis. Neben der Stimmung des Instruments muss ein guter Klavierstimmer auch in der Lage sein, die Klangfarbe des Instruments einzustellen, indem er die Filzschicht der Hämmerchen mit geeigneten Nadeln in geeigneter Weise ansticht (man nennt den Vorgang "Intonieren"), die Mechanik sauber einzustellen ("Regulieren") und allerlei kleinere Reparaturarbeiten auszuführen, die Ursache von unerwünschten Resonanzen zu ermitteln und zu beseitigen, usw.

Die Tatsache, dass die meisten professionellen Pianisten ihr Klavier nicht selber stimmen, beweist, dass das Klavierstimmen grosse berufliche Erfahrung erfordert. Die Tatsache, dass berühmte Pianisten, wie etwa Arturo Benedetti Michelangeli, ihr Klavier nur ganz bestimmten Personen anvertrauen beweist, dass das Stimmen eines Klaviers nicht reine Routinearbeit ist: Klavierstimmen ist ein Kunsthandwerk.

Das heute am meisten eingesetzte elektronische Hilfsgerät für die Stimmung des Klaviers ist der *Sanderson Accu-Tuner,* welcher nicht nur Frequenzen misst und berechnet, sondern auch die Stimmung von 60 Klavieren Notenweise elektronisch speichern kann. Die Toleranz des Geräts beträgt 0,04 Cents. Eine MIDI-Schnittstelle erlaubt es, mit dem Gerät ganze Stimmungen auf den PC zu übertragen oder von ihm abzulesen.

ANHANG: SYNÄSTHESIE

Licht und Schall haben verschiedenes gemeinsam, das ihre Zusammenwirkung in Kunstwerken bevorzugt, die in diesem Zusammenhang als synästhetisch bezeichnet werden. Sowohl die akustischen, wie die optischen Erscheinungen sind auf Wellen begründet, die von einem unserer Sinnesorgane wahrgenommen werden können. Das Intervall zwischen der kürzesten und der längsten noch wahrnehmbaren Lichtwelle entspricht ungefähr dem musikalischen Analogon einer Oktave, so dass eine der natürlichsten Möglichkeiten, um jedem Ton der mittleren Oktave des Klaviers eine Farbe zuzuordnen darin bestünde, jedem diatonischen Ton je eine der Regenbogenfarben gegenüberzustellen. Den Halbtönen entspräche dann jeweils die mittlere Wellenlänge zwischen den Wellenlängen der Nachbarstöne. Gegen die Bassregion hin könnte den Farben allmählich immer mehr Schwarz und in Richtung Diskant immer mehr Weiss zugemischt werden. Wenn zudem die Reinheit der Farben zur Kraft proportional wäre, mit der die einzelnen Tasten niedergedrückt werden, wäre unsere Tastatur etwa mit dem doppelten Farbkonus von Ostwald (1853-1932) vergleichbar. Dieses System ist vom Modell abgeleitet, das Helmholtz in seinem Buch "Handbuch der physiologischen Optik" vorschlug.

Aber es gibt natürlich nicht nur eine Art, den musikalischen Klängen Farben zuzuordnen, da wie nicht nur die ähnlichen Eigenschaften von Licht und Schall, sondern auch die entgegengesetzten berücksichtigen müssen. Wie das Ohmsche Gesetz der Akustik ankündigt, ist das Gehör imstande eine Mischung aus verschiedenen Sinustönen in ihre Komponenten zu zerlegen. Das Auge jedoch ist ausserstande, die Grundfarben zu erkennen, aus denen eine bestimmte Farbe aufgebaut ist. Das heisst, wir können eine gleiche Farbe anhand verschiedener Grundfarben erhalten, was in der akustischen Analogie ausgeschlossen ist. Die Farbe ist nicht ein physikalisches Konzept, sondern ein ausschliesslich physiologisches. So ist der Dreifarbendruck[71], die Grundlage aller modernen Farbreprodukti-

[71] Der Vierfarbendruck ist im Wesentlichen ein Dreifarbendruck mit einer zusätzlichen schwarzen Platte, die vor allem der erhöhung des Kontrastes der Reproduktion dient.

onsverfahren, auf die Farbwahrnehmung begründet und nicht auf die spektrale Zusammensetzung der Farben. Die Farbe kann auf additive Weise gemischt werden, indem man farbige Lichter übereinanderprojiziert, oder aber auf subtraktive Weise, indem man durchscheinende Druckfarben übereinander druckt oder die Farbstoffe mischt. Auch dazu gibt es eine akustische Analogie: Der von zwei Musikinstrumenten abgestrahlte Schall wird addiert, während die Resonatoren, welche die Nasenhöhle und die Mundhöhle bilden vornehmlich gewisse Frequenzen durchlassen und so eine ähnliche Aufgabe erfüllen, wie ein Farbfilter in der Photographie. Eine Verallgemeinerung dieser Tatsache finden wir auch bei den Formanten der meisten akustischen Musikinstrumente.

Anstatt den verschiedenen Noten entsprechende Farben zuzuordnen, kann man die Farben auch der Klangfarbe anpassen, wobei man seine Wahl auf die spektrale Zusammensetzung der Töne begründen kann. Das wäre eine praktische Umsetzung des Begriffs Klang-Farbe.

Verschiedene Künstler haben Werke erschaffen, welche die plastischen Künste mit der Musik vereinen, aber ihre Deutung der Verhältnisse zwischen Tönen und Farben ist nicht einheitlich. Als einer der ersten erbaute der Pater Castel um 1725 ein Instrument, das Musik und Farbe kombinierte, ein Tasteninstrument, das er *Clavecin Oculaire* nannte. Eines der berühmtesten Beispiele synästhetischer Kunst ist die letzte Symphonie von Scriabin, *"Prometheus"* oder *"Le Poème du Feu"*, bei der ein *Clavier Lumière* zum Einsatz kommt. Leider verschied Scriabin bevor er sein monumentales synästhetisches Werk, das *Mysterium*, vollenden konnte, in dem er alle menschlichen Sinnesempfindungen ausdrücken wollte.

Die Tafel fasst die farblichen Interpretationen der Töne des Paters Castel, von Helmholtz und von Scriabin zusammen.

	Castel	**Helmholtz**	**Scriabin**
Do	Blau	Gelb	Rot
Re	Grün	Zyanblau	Gelb
Mi	Gelb	Indigo	Bläulich
Fa	Ocker	Violett	Rot
Sol	Rot	Rot	Orange
La	Violett	Rot	Grün
Si	Grau	Orange	Violett

Es ist eine wohlbekannte Tatsache, dass gewisse Töne, Gerüche oder Farben über die rätselhaften Mechanismen unseres Unterbewusstseins in uns Erinnerungen wecken können, uns stören oder in euphorischen Zustand versetzen können. Aber es ist weniger bekannt, dass einzelne Personen in Gegenwart eines bestimmten Tons tatsächlich eine bestimmte Farbe wahrnehmen. In letzter Zeit scheinen gewisse synästhetische Erscheinungen eine wissenschaftliche Erklärung gefunden zu haben.

Heutzutage wissen wir, dass durchschnittlich eine unter 2000 Personen als Synästhetiker bezeichnet werden kann. Bei diesen Menschen besteht eine Überschneidung von zwei oder mehr Sinnen, wobei alle möglichen Kombinationen vorkommen können: Beim Hören eines Tons sehen diese Leute eine Farbe oder Strukturen, wie Gitterwerke oder Wellenlinien, gewisse Gerüche haben Schmerzempfindungen zur Folge, der Anblick eines Bildes lässt einen Geruch aufkommen. Offenbar ist die Synästhesie genetisch bedingt, kommt sie doch in einzelnen Familien gehäuft vor. Besonders häufig scheint die Assoziation von Zahlen mit Farben zu sein, wobei meist grösseren Zahlen dunklere Farben entsprechen. Bei dieser Sinnesvernetzung spricht ein Reiz, der normalerweise einem bestimmten Sinnesorgan vorbehalten ist, zugleich andere Sinnesorgane an.

Zur Zeit erforschen die Neurologen des Universitätsspitals Zürich diese interessante Besonderheit intensiv. Gewisse Drogen, wie etwa LSD, vermögen in Leuten, die nie synästhetische Erlebnisse hatten, solche künstlich auszulösen. Aber die Wirkung dieser Drogen beschränkt sich nie auf die synästhetischen Erlebnisse und ihre Wirkung zu erproben ist nicht nur strafrechtlich verboten, sondern zudem ausserordentlich gefährlich.

ANHANG: DER DOPPLEREFFEKT

Wie die meisten Leute ab und zu beobachten können, senkt sich die Tonhöhe einer Sirene, wenn der entsprechende Wagen mit hoher Geschwindigkeit neben einem vorbeiflitzt. Dieselbe Erscheinung beobachten wir, wenn wir uns mit einer gewissen Geschwindigkeit vor einer Schallquelle vorbeibewegen, etwa mit dem Zug vor einer Fabriksirene. Unter gewissen Bedingungen können wir eine Kombination der beiden Effekte erleben, wenn sich sowohl der Beobachter, wie auch die Schallquelle bewegen. Das ist etwa dann der Fall, wenn sich auf der Landstrasse zwei hupende Fahrzeuge kreuzen, oder eines das andere überholt. Wie man leicht feststellt, wächst der Effekt bei grösseren Geschwindigkeiten, sofern die Schallgeschwindigkeit in der Luft (ungefähr 340 m/s) nicht überschritten wird. Einer der ersten Wissenschafter, welcher den Effekt, der uns hier beschäftigt, mathematisch untersuchte, war der Österreichische Physiker und Mathematiker Christian Johann Doppler (1803-53), im Jahre 1842.

Symbole und Formeln, die in den folgenden Herleitungen eingesetzt werden	
c	Ausbreitungsgeschwindigkeit (der Welle)
L	Wellenlänge = c/f
F	Frequenz
T	T = 1/f = Periode
v	Geschwindigkeit = $\frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$

<u>ERSTER FALL:</u> Die Schallquelle bewegt sich zuerst auf den Beobachter zu, dann von ihm weg. Der Beobachter ist ruhig.

Wäre die Schallquelle im Ruhezustand (v = 0), wäre der Abstand zwischen zwei Impulsen (bei der Frequenz f des abgegebenen Tons) d = c/f. Da sich aber die Schallquelle in Richtung des Hörers fortbewegt, wird der Abstand zwischen zwei Impulsen (oder Schwingungen) verkürzt[72].

Die Schallquelle legt während der Zeit T den Weg $T \cdot c$ zurück; daher ist der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Impulsen (also die Wellenlänge) die folgende Differenz:

$$L = T \cdot c - T \cdot v = \frac{c}{f} - \frac{v}{f}$$

Die Frequenz des entsprechenden Tons ist

$$f_1 = \frac{c}{L} = \frac{c}{\frac{c}{f} - \frac{v}{f}} = f \cdot \frac{c}{c - v}$$

Entfernt sich die Schallquelle vom Beobachter, muss in der obigen Formel v durch (-v) ersetzt werden. Die Formel ist gültig für Geschwindigkeiten zwischen 0 und c, c selber ausgeschlossen.

Wie wir sofort sehen werden, erhält man nicht das selbe Resultat, wenn sich der Hörer bewegt und die Schallquelle in Ruhe ist.

Das Intervall zwischen dem Ton, den man vor dem Durchgang der Schallquelle vor dem Beobachter hört und dem Ton nachher ist:

$$I_1 = \frac{\frac{f \cdot c}{c - v}}{\frac{f \cdot c}{c + v}} = \frac{c + v}{c - v}$$

<u>ZWEITER FALL:</u> Die Schallquelle ist unbewegt und der Beobachter bewegt sich, zuerst zu ihr hin, dann von ihr weg.

Wenn sich der Beobachter auf die Schallquelle hin bewegt, ist der Effekt der gleiche, wie wenn die Schallgeschwindigkeit einer bereits abgestrahlten Welle plötzlich um die Geschwindigkeit des Beobachters erhöht würde. Dabei bleibt die Wellenlänge L des Tons konstant. Mit der neuen, fiktiven Ausbreitungsgeschwindigkeit (c + v) und der Wellenlänge L = c/f können wir die Frequenz des vom Hörer wahrgenommenen Tons bestimmen:

---

[72] Man stelle sich ein Fahrzeug (die Schallquelle) vor, das sich in der gleichen Richtung fortbewegt wie ein Fliessband (die Fortbewegung der Wellen in der umgebenden Luft) und in gleichmässigen Zeitabständen je ein Päckchen auf das Band ablegt. In diesem Vergleich entspricht die Geschwindig des Fliessbandes der Schallgeschwindigkeit c.

$$f_2 = \frac{c+v}{\frac{c}{v}} = f \cdot \frac{c+v}{c}$$

Entfernt sich der Beobachter von der Schallquelle, genügt es, v durch (-v) zu ersetzen.

Das Intervall zwischen dem Ton, den der Beobachter vor und nach seinem Durchgang vor der Schallquelle vernimmt ist:

$$I_2 = \frac{f \cdot \frac{c+v}{c}}{f \cdot \frac{c-v}{c}} = \frac{c+v}{c-v}$$

Zu unserer Überraschung finden wir hier wieder das selbe Intervall, wie im ersten Fall, obwohl die beteiligten Frequenzen in beiden Fällen verschieden sind.

<u>BEISPIEL:</u> Ein Auto mit einer Hupe, welche einen Ton von n Hz erzeugt, kreuzt einen Fussgänger mit einer Geschwindigkeit von 72 km/h. Im zweiten Fall ist dasselbe hupende Auto parkiert, während ein Motorradfahrer mit einer Geschwindigkeit von 72 km/h (= 20 m/s) neben ihm vorbeifährt. Die Schallgeschwindigkeit sei 340 m/s.

<u>ERSTER FALL</u>

Ton, den der Fussgänger bei Annäherung des Autos vernimmt:

$$f_1 = n \cdot \frac{340}{340-20} = \frac{17}{16} \cdot n$$

Ton, den er nachher vernimmt:

$$f_1^* = n \cdot \frac{340}{340+20} = \frac{17}{18} \cdot n$$

Intervall zwischen den beiden Tönen:

$$I = \frac{f_1}{f_1^*} = \frac{(17/16)\cdot n}{(17/18)\cdot n} = \frac{9}{8}$$

<u>ZWEITER FALL</u>

Ton, den der Motorradfahrer vor dem Vorbeifahren neben dem Auto vernimmt:

$$f_2 = n \cdot \frac{340+20}{340} = \frac{18}{17}\cdot n$$

Ton, den er nachher vernimmt:

$$f_2^* = n \cdot \frac{340-20}{340} = \frac{16}{17}\cdot n$$

Intervall zwischen den beiden Tönen:

$$I = \frac{f_2}{f_2^*} = \frac{(18/17)\cdot n}{(16/17)\cdot n} = \frac{9}{8}$$

<u>BEISPIEL:</u> Mit welcher Geschwindigkeit muss ein Auto neben einem Fussgänger vorbeifahren, damit der von ihm wahrgenommene Ton um eine natürliche Quinte abnimmt?

Anhand von $I = \dfrac{c+v}{c-v}$ berechnet man: $v = c \cdot \dfrac{I-1}{I+1}$. Der Wert von I im Falle der natürlichen Quinte beträgt 3/2.

$$v = 340 \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{2}}\ \text{m/s} = 68\ \text{m/s} = 244{,}8\ \text{km/h}$$

Die Tafel liefert uns die nötigen Geschwindigkeiten, um aufgrund des Dopplereffekts einige der wichtigsten musikalischen Intervalle zu produzieren, wenn sich eine bewegte Schallquelle mit einem ruhenden Beobachter kreuzt oder umgekehrt. Es wird von der Schallgeschwindigkeit von 340 m/s ausgegangen.

Intervall	Dezimalwert des Intervalls	m/s	km/h
1 *Cent*	1,000577	0,098195	0,353505
1 *Savart*	1,002305	0,391439	1,409181
Komma 81/80	1,0125	2,111801	7,602484
10 *Savarts*	1,023292	3,914221	14,09119
Diatonischer Halbton 16/15	1,066666	10,96774	39,48387
Kleiner Ton 10/9	1,111111	17,89473	64,42105
Ganzton 9:8	1,125	20	72
Temperierte Intervalle			
[Do, Do #]	1,059463	9,816855	35,34068
[Do, Re]	1,122462	19,61735	70,62248
[Do, Re #]	1,189207	29,38525	105,7869
[Do, Mi]	1,259921	39,10453	140,7763
[Do, Fa]	1,334839	48,75946	175,5340
[Do, Fa #]	1,414213	58,33477	210,0051
[Do, Sol]	1,498307	67,81568	244,1364
[Do, Sol #]	1,587401	77,18801	277,8768
[Do, La]	1,681792	86,43828	311,1778
[Do, La #]	1,781797	95,55373	343,9934
[Do, Si]	1,887748	104,5224	276,2807
Intervall zwischen dem Grundton und dem n-ten Partialton			
n = 2 (Oktave)	2	113,3333	408
n = 3	3	170	612
n = 4	4	204	734,4
n = 5	5	226,6666	816
n = 100	100	333,2673	1199,762

Die Dinge werden leicht komplizierter, wenn sich sowohl der Beobachter, wie die Schallquelle bewegen. Wir werden unsere Untersuchungen auf den Fall beschränken, bei dem sich die beiden Objekte auf der gleichen Geraden fortbewegen. Bewegen sich der Beobachter und die Schallquelle in derselben Richtung, ist die Situation gleich, wie wenn wir ausschliesslich ihre Geschwindigkeitsdifferenz betrachten und dafür als Korrekturfaktor einen Wind einführen, der die Schallgeschwindigkeit beeinflusst, und dessen Richtung im Moment der Kreuzung der beiden Objekte invertiert wird.

<u>BEISPIEL:</u> Nehmen wir an, die Schallquelle und der Beobachter bewegen sich in der gleichen Richtung, mit Geschwindigkeiten von 30, respektive 10 m/s.

Die Abweichungen, die in diesem Fall ein Ton von n Hz für den Beobachter erfahren, können auf zwei Arten berechnet werden.

Im ersten Fall wird davon ausgegangen, dass der Hörer still ist und sich die Schallquelle mit 20 m/s fortbewegt. Als Korrektur führen wir einen (virtuellen) Wind ein, der mit einer Geschwindigkeit von 10 m/s gegen die Schallquelle bläst. Bis zum Moment der Kreuzung vermindert der Wind die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls in Richtung des Beobachters um 10 m/s. Nach der Kreuzung wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls in Richtung des Beobachters um 10 m/s erhöht. Da bei unserer Transformation der Beobachter als ruhend gilt, kann die erste Formel angewandt werden.

Vorher: $$n \cdot \frac{340-10}{340-10-20} = \frac{330}{310} \cdot n = n \cdot \frac{33}{31}$$

Nachher: $$n \cdot \frac{340+10}{340+10+20} = \frac{350}{370} \cdot n = n \cdot \frac{35}{37}$$

Bei der zweiten Art, das Problem zu lösen, gehen wir davon aus, dass die Schallquelle unbeweglich ist und sich der Beobachter mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s fortbewegt. Hier muss ein virtueller Wind von 30 m/s eingeführt und die zweite Formel angewandt werden:

Vorher: $$n \cdot \frac{340-30+20}{340-30} = n \cdot \frac{33}{31}$$

Nachher: $n \cdot \frac{340+30-20}{340+30} = n \cdot \frac{35}{37}$

Bis hierher haben wir nur von akustischen Wellen gesprochen, welche sich in der Luft mit einer Geschwindigkeit von 340 m/sec fortbewegen. Selbstverständlich tritt der Dopplereffekt auch auf, wenn sich die Wellen in einem anderen Medium fortbewegen. Was uns einigermassen zu erstaunen vermag, ist die Tatsache, dass der Dopplereffekt auch dann beobachtet werden kann, wenn sich eine Lichtquelle mit grosser Geschwindigkeit von uns wegbewegt (oder auf uns zu bewegt), wie dies bei gewissen Sternen der Fall ist. Es muss beachtet werden, dass auch das Licht Wellencharakter hat, wobei die auftretenden Frequenzen wesentlich grösser sind, als die in der Akustik auftretenden. So entspricht etwa das orange Licht des Regenbogens einer Frequenz von ungefähr 500 Billionen Hz. Das Licht bewegt sich mit ca. 300.000 km/s fort. Wie 1881 Michelson mit seinem berühmten Experiment nachweisen konnte, ist diese Geschwindigkeit absolut und unübertrefflich. Das sichtbare Licht besteht aus Wellen mit Wellenlängen zwischen 400 und 700 nm[73]. Bereits konnte das Sonnenlicht mit einem Prisma in ein kontinuierliches Spektrum verwandeln.

Wenn wir die spektrale Zusammensetzung des von einem Stern abgestrahlten Lichts kennen, und wir ferner wissen, dass sich dieser Stern mit grosser Geschwindigkeit gegenüber der Erde fortbewegt, wäre theoretisch zu erwarten, dass eine dem Dopplereffekt entsprechende Farbverschiebung zu beobachten wäre. Da wir aber keine Möglichkeit haben, die spektrale Zusammensetzung des Lichts eines solchen Sterns zu kennen, scheint dieses Experiment undurchführbar. Und doch ist die Farbverschiebung bei gewissen Sternen feststellbar, und das dank den Linien von Fraunhofer.

Im Jahr 1815 bemerkte der Physiker und Fabrikant optischer Instrumente Joseph von Fraunhofer (1787-1826), dass das Sonnenspektrum nicht absolut kontinuierlich war, wie bisher angenommen, sondern dass ganz bestimmte Frequenzen fehlten. Diese als Fraunhofersche Absorptionslinien bekantgewordenen Lücken sind charakteristisch für die in den Gasschichten, die das Licht durchqueren muss, enthaltenen chemischen Elemente. Die verschiedenen Elemente sind durch die Verteilung der Faunhoferschen Linien eindeutig erkennbar, und zwar auch dann, wenn sie aus dem ihnen entsprechenden Frequenzbereich gerückt werden, da die Verhältnisse zwischen ihren Abständen sie unmissverständlich identifizieren. Diese

[73] 1 nm (Nanometer) ist der tausendmillionste Teil eines Meters.

Erscheinung ist mit dem Schatten von mehreren Wäscheseilen vergleichbar: manchmal ist es schwierig, jedem Seil seinen Schatten zuzuordnen; Stecken jedoch ein paar Wäscheklammern auf den Seilen, lassen sich die Seile an den Verhältnissen zwischen den Abständen leicht erkennen.

Dank der Eindeutigkeit der Fraunhoferschen Linien war es möglich, das Helium[74], auf der Sonnenoberfläche zu bestimmen, noch bevor dieses Element auf der Erde bekannt war. Dem französischen Physiker A.H.L. Fizeau wird das Verdienst zugeschrieben, als erster die chromatische Verschiebung der Fraunhoferschen Linien durch den optischen Dopplereffekt am Licht gewisser Sterne studiert zu haben. Da die Verschiebungen nur sehr klein sind, wurden die ersten Erfolge nicht vor 1868 verzeichnet, als der Astronom William Huggins im Spektrum von Sirius eine kleine Verschiebung feststellen konnte.

Später konnten dank statistischer Rechnungen, die auf eine grosse Anzahl Sterne und ihre chromatischen Verschiebungen angewandt wurden, Rückschlüsse auf die Dimensionen unserer Galaxie und auf die Stellung unserer Erde in ihr gezogen werden. Aber diese Probleme haben mit unserem Thema nichts mehr zu tun.

[74] **Durch Pierre Jules César Janssen (1824-1907), im Jahr 1869.**

ANHANG: EIN PROGRAMM IN PASCAL

Im Kapitel 'DIE MUSIKALISCHEN TONLEITERN' wurde die Möglichkeit erwähnt, eine beliebige reelle Zahl als Kettenbruch darzustellen. Anhand eines einfachen Beispiels, das in jenem Kapitel vorgestellt wurde, werden wir zuerst ein einfaches Programm in *Pascal* schreiben, das den Prozess automatisiert.

Pascal ist zur Vorführung von Algorithmen besonders geeignet, da es vor allem aus didaktischen Gründen anfangs der Siebzigerjahre durch den berühmten Professor Niklaus Wirth an der Eidgenössischen Technischen Hochschule (ETH) in Zürich entwickelt wurde. Ein in *Pascal* abgefasstes Programm kann ohne grössere Probleme in jede andere modulare Computersprache übertragen werden, wie etwa in *C* oder in *C++*.

Wir haben hier den *Turbo Pascal* Compiler von Borland verwendet, der in seiner französischen Version 7.01 von der Firma Borland gratis angeboten wird, und zwar auf der folgenden Internet-Seite:

http://www.borland.fr/download/compilateurs/

Für Leser, die *Pascal* nicht kennen, sei erwähnt, dass ein *Pascal*-Programm stets vom Hauptteil aus gelesen werden muss, der mit *"begin"* eingeleitet und vom abschliessenden *"end."* beendet wird. Das Beispiel, das unseren Überlegungen zugrunde liegen wird, ist die Entwicklung der rationalen Zahl 2,15 in einen Kettenbruch.

A) DIE ARITHMETISCHE RECHNUNG

$$\begin{aligned} 2{,}15 &= 215 : 100 \\ &= 2 + 15/100 \\ &= 2 + \frac{1}{100/15} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + 10/15} \end{aligned}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{15/10}}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + 5/10}}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{10/5}}}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}}$$

B) Der Algorithmus

Wir benutzen hier vier Variablen mit den Namen r, s, t und u. Das Zeichen := bedeutet in der Symbolsprache von *Pascal* die Zuordnung eines Wertes an eine Variable.

1) r := 215
2) s := 100
3) t := Resultat der Division von r durch s
4) t ist das nächste Element unserer Folge
5) u := Rest der Division von r durch s
6) r := s
7) s := u
8) Ist s verschieden von 0, mit Nummer 3) weiterfahren; sonst abbrechen.

C) Das erste Programm

Um die hier skizzierte Idee in die Programmiersprache *Pascal* umzuwandeln, müssen wir bedenken, dass wir es hier mit ganzen Zahlen zu tun haben. Würden wir unser Problem mit Zahlen des Typs *real* zu lösen versuchen oder die diesen Zahlen entsprechende Division anwenden, könnten wir leicht falsche Resultate erhalten. Dasselbe würde geschehen, wenn wir unseren Algorithmus mit einem elektronischen Taschenrechner durchführen wollten.

Dieses Problem ist folgendermassen begründet: Suchen wir etwa mit einem Taschenrechner den Rest der Division von 20 durch 5, können zwei Fälle eintreten:

- Der Rechner interpretiert den Quotienten als $5 + \Delta$ (wobei Δ einen sehr kleinen positiven Wert darstellt, den auf jedem Taschenrechner unvermeidbaren Fehler); in diesem Fall ist der ganzzahlige Anteil des Quotienten gleich 5 und wir haben Glück gehabt.
- Der Rechner interpretiert den Quotienten als $5 - \Delta$; jetzt ist der ganzzahlige Anteil des Quotienten plötzlich 4 und unser Algorithmus liefert falsche Ergebnisse.

Glücklicherweise sind die meisten Programmiersprachen auf ganze Zahlen und die entsprechenden arithmetischen Operationen eingerichtet (wir werden hier den Typ *longint* einsetzen). *Pascal* bietet uns die Operationen *div*, um ganze Zahlen zu dividieren, und *mod*, um den Rest dieser Division zu bestimmen.

Die erste Fassung unseres Programms hat die folgende Form:

```
program klein;
var     r, s, t, u: longint;


procedure dividieren;
begin
  t := r div s;
  u := r mod s;

  writeln (t);

  r := s;
  s := u
end;


begin
  r := 215;
  s := 100;

  repeat
    dividieren
  until s = 0
end.
```

D) Version für grosse Zahlen

Schliesslich stellen wir ein System vor, um die Beschränkung der meisten Compiler auf eine gewisse Anzahl Dezimalstellen zu umgehen, indem wir die verschiedenen arithmetischen Operationen von Grund auf programmieren.

G_zahl, die *Pascal-Unit*, die wir hiermit vorstellen, kann etwa zur Bestimmung der ersten n Dezimalstellen einer irrationalen Zahl (wie etwa π) dienen oder bei einem Programm eingesetzt werden, das mit gemeinen Brüchen rechnet. Hier ist die Anzahl Dezimalstellen der Zahlen des Typs *grosse_zahl* gleich 50. Aber es ist leicht, diese Stellenzahl bis zu den Systemeigenen Beschränkungen zu erhöhen.

Unsere Unit *G_zahl*, die den Typ *grosse_zahl* und die entsprechenden Operationen festlegt, verfügt über ein *Procedure* der Form *divi (**a, b,** t, u)* in der a und b konstante Parameter darstellen, während *t* und *u* variabel sind. Dieses *Procedure* ersetzt *t* durch den Quotienten von a und b. Der Parameter *u* gibt uns den Rest der Division zurück.

Um eine Zahl auf Null zu setzen (in unserem Fall die Variable *die_null*), haben wir das *Procedure* mit dem Namen *nullgleichmachen* geschrieben. Um eine Zahl von der Tastatur einzulesen brauchen wir das *Procedure einlesen_zahl*, das nicht nur den variablen Parameter des Typs *grosse_zahl* enthält, der zu Null gemacht werden soll, sondern auch eine logische Variable, die den Wert *true* (wahr) zurückgibt, falls bei der Eingabe die Taste *ESC* gedrückt wurde.

Um eine Zahl des Typs *grosse_zahl* am Bildschirm darzustellen, können wir das *Procedure write*, das uns *Pascal* zur Verfügung stellt, nicht gebrauchen. Wir haben dafür das *Procedure darstellen* unserer *Unit G_zahl* geschrieben.

Schliesslich brauchen wir die *Funktion gleich (a, b),* die uns nur *true* liefert, falls a und b gleich sind. Damit können wir etwa feststellen, ob ein Wert gleich *die_null* (der Null der *Unit G_zahl*) ist.

Wenn wir über eine solche *Unit* verfügen, können wir unser Programm in die folgende Form verwandeln:

```
program gross1;
uses    g_zahl;
var     r, s, t, u       : grosse_zahl;
        die_null         : grosse_zahl;
        raus             : Boolean;
```

```
procedure dividieren;
begin
  divi (r, s, t, u);

  write ('    ');
  darstellen (t);
  writeln;

  r := s;
  s := u
end;


begin
  nullgleichmachen (die_null);

  write ('r = ');
  einlesen_zahl (r, raus);
  writeln;

  write ('s = ');
  einlesen_zahl (s, raus);
  writeln;
  writeln;

  repeat
    dividieren
  until gleich (s, die_null)

end.
```

E) Eine verbesserte Version des vorigen Programms

Um unser Programms nicht unnötig aufzubauschen, haben wir in diesem ersten Beispiel auf die Anwendung der Variablen *overflow* unserer *Unit G_zahl* verzichtet; diese erlaubt es uns, festzustellen, ob in irgend einer Phase des Programmablaufs eine Operation durchgeführt wurde, die aus dem Bereich unserer Zahlen hinaus führt. So wird etwa *overflow* auf *true* gesetzt, wenn versucht wird, durch Null zu dividieren. Wir haben auch bisher aus der Variablen des Typs *Boolean*[75] des *Procedures einlesen_zahl* keinen Nutzen gezogen.

Das verbesserte Programm kann die folgende Gestalt annehmen:

```
program gross2;
uses    g_zahl;
var     r, s, t, u       : grosse_zahl;
        die_null         : grosse_zahl;
        raus             : Boolean;
```

[75] In Ehre des britischen Mathematikers George Boole (1815-1864).

```
procedure aufgeben;
begin
  writeln;
  write ('Abbrechen mit ESC...');
  halt                     { Abbruch des Programms }
end;


procedure warnung;
begin
  writeln;
  write ('Overflow! Das Resultat ist nicht zuverlässig!');
  halt
end;


procedure dividieren;
begin
  divi (r, s, t, u);

  write ('    ');
  darstellen (t);
  writeln;
  r := s; s := u
end;


begin
  nullgleichmachen (die_null);

  write ('r = ');
  einlesen_zahl (r, raus);
  if raus then aufgeben;
  writeln;

  write ('s = ');
  einlesen_zahl (s, raus);
  if raus then aufgeben;
  writeln;
  writeln;

  repeat
    dividieren
  until gleich (s, die_null);

  if overflow then warnung

end.
```

F) Eine Unit zum Rechnen mit grossen Zahlen

Schliesslich sei hier die Unit *G_zahl* aufgelistet, die es uns erlaubt mit 50-stelligen Dezimalzahlen zu rechnen. Möchten wir diese Präzision überbieten, können wir die erste Zeile des Programms abändern und zum Beispiel schreiben:

```
const n = 60;
```

Von einer gewissen Zahl an werden wir die Verfahren zur Darstellung der Zahlen am Bildschirm und zur Eingabe der Zahlenwerte anpassen müssen. Lassen wir die Stellenzahl allzu stark anwachsen, werden wir plötzlich Schwierigkeiten mit der vom Compiler zulässigen *Array*-Grösse, sowie mit der nötigen RAM[76] bekommen. Wir könnten etwa versuchen, die Zahlen als Dateien auf der Festplatte zu definieren, was uns erlauben würde, mit wesentlich grösseren Zahlen zu rechnen, wobei die Rechengeschwindigkeit allerdings durch die vielen Zugriffe auf die Festplatte erheblich herabgesetzt würde.

Aber für alle diese Beschränkungen sind nicht die hauptsächlichen arithmetischen Verfahren verantwortlich, die von der Grössenordnung der verwendeten Zahlen unabhängig sind.

Beim programmieren dieser Algorithmen bemerken wir erst, wie kompliziert die vier Grundoperationen doch sind, welche die meisten zehn- oder zwölfjährigen Kinder durchführen können.

```
UNIT G_ZAHL;

{$O+}{$F+}

INTERFACE

USES CRT, DOS;

const n              = 50;  { Definiert die Anzahl
                                Stellen als n+1 }
      leer_kette     = '';
      abstand        = chr (32);

type   Dezimal       = 0 .. 9;  { Da wir ja im
                                    Zehnersystem rechnen }
type   kette79       = string [79];
       grosse_zahl   =  record
                          ziffer : array [0 .. n+1] of Dezimal;
                          maxpos : byte
                          { letzte signifikante Position }
                        end;
{ ----- }
       ganz        = record     { zum Rechnen mit neg. Zahlen }
                        absolut    : grosse_zahl;
                        positiv    : Boolean
                     end;
{ ----- }

var overflow    : Boolean;  { TRUE, falls eine Rechnung
                              durchgeführt
                              wurde, die aus dem Bereich von
                              grosse_zahl hinausführt }
    n_1, n_0    : grosse_zahl;

procedure einlesen (var ascii, identifizierer: byte);
```

---

[76] Random Access Memory.

```
procedure einlesen_zahl (var zahl_x: grosse_zahl;
                         var esc: Boolean);
procedure darstellen (zahl_x : grosse_zahl);
function  groesser (erste, zweite: grosse_zahl): Boolean;
function  gleich (erste, zweite: grosse_zahl): Boolean;
procedure eins  (var grossezahl: grosse_zahl);
procedure nullgleichmachen (var grossezahl: grosse_zahl);
procedure summe (var resultat: grosse_zahl; a, b: grosse_zahl);
procedure mult (var resultat: grosse_zahl; a, b: grosse_zahl);
procedure abzug (var resultat: grosse_zahl; a, b: grosse_zahl);
procedure divi (zaehler, nenner: grosse_zahl;
                var quocient, rest: grosse_zahl);
procedure kuerzen (var a, b: grosse_zahl);
procedure ggt (var resultat: grosse_zahl; a, b: grosse_zahl);
procedure kgv (var resultat: grosse_zahl; a, b: grosse_zahl);
{ ----- }
procedure summe_ganz (var total: ganz; a, b: ganz);
procedure swap_ganz (var erste, zweite: ganz);
procedure umkehren_ganz (var total: ganz);
procedure mult_ganz (var total: ganz; erste, zweite: ganz);
{ ----- }


IMPLEMENTATION

type              natuerlich     = byte;
    { Vorsicht: bei Zahlensystemen mit Stellenzahl über 255,
                word statt byte verwenden }

procedure einlesen;  { Liest ein Zeichen von der Tastatur ein }
var       reg     : registers;
begin
reg.AH            := 0;          { Funktionsnummer }
  intr (22, reg);                { Interrupt 16h   }
  ascii           := reg.AL;
  identifizierer  := reg.AH
end;


function maxim (a, b: natuerlich): natuerlich;
                   { Gibt den grösseren Wert zweier
                     Dezimalzahlen a und b an }
begin
  if a > b then maxim := a else maxim := b
end;


function nimm_kette (laenge: byte): kette79;
{ Um numerisches kettchen einzugeben }
    const    symbol               = ' ';
    var      kettchen             : kette79;
             index,                 { Position im kettchen }
             xx, yy,                { Ursprüngliche Cursor-Pos }
             asc, ide             : byte;    { ascii,
                                               identifizierer }
    {---------}
    procedure zurueck;     { internes procedure von nimm_kette }
    begin
      gotoxy (wherex-1, yy); { zurueck cursor }
    end;
    {---------}
```

```
    procedure anfang;       { internes procedure von nimm_kette }
    var       i: byte;
    begin
      xx := wherex; yy := wherey;
      kettchen := leer_kette;
      index := 1;
      for i := 1 to laenge do
        begin
          kettchen := kettchen + abstand;
          write (symbol)
        end;
      write (symbol);      { +/- kompensieren }
      gotoxy (xx, yy)
    end;
    {----------}

    begin                { aus der funktion nimm_kette }
      textbackground (red);
      textcolor (white);
      anfang;
      repeat
        einlesen (asc, ide);

        if (asc > 47) AND
           (asc < 58) then   { falls es eine Dezimalstelle ist }
           begin
             kettchen [index] := chr (asc);
             write (chr (asc));
             if index < laenge     { falls nicht letzter
                                     Buchstabe vom kettchen }
               then     inc (index)
else     zurueck                   { falls letzter Buchstabe }
           end;

        if (   ((asc = 8) and (ide = 14))   { Pfeil nach links }
            or ((asc = 0) and (ide = 75))  )
            then
                begin
                  kettchen [index] := abstand;
                  write (symbol);
                  zurueck;
                  if index > 1 then
                    begin
                      zurueck;
                      write (symbol);
                      zurueck;
                      dec (index);
                      kettchen [index] := abstand
                    end
                end;

        if      ((asc = 27) and (ide = 1))    { ESC wurde
                                                gedrückt }
            or  ((index = 1) and (asc = 13))  { leere Kette }
          then
          begin
            kettchen := chr (27);
            asc := 13         { repeat überspringen }
          end;
```

```
      until asc = 13;
      while kettchen [length (kettchen)] = abstand do
        kettchen := copy (kettchen, 1, length (kettchen) - 1);
      nimm_kette := kettchen;

      { kettchen darf manipuliert werden }
      while length (kettchen) < n + 1 do
          kettchen := abstand + kettchen; { +1 kompensiert +/- }
      gotoxy (xx, yy);
      textbackground (7);
      textcolor (0);
      write (kettchen);
      normvideo
end;                                        { nimm_kette }


procedure valor (var zahl_x: grosse_zahl; cad: string);
{ verwandelt kettchen in GROSSE_ZAHL }
var      i, laenge  : byte;
         s            : string;
         v            : byte;
         code         : integer;
         pos          : byte;
begin
  laenge := length (cad);
  for i:=n+1 downto laenge do
  zahl_x.ziffer [i] := 0;
  for i:=laenge-1 downto 0 do
    begin
      val (cad [laenge-i], v, code);
      zahl_x.ziffer [i] := v
    end;
  pos := 0; { Minimalwert }
  for i:=1 to n do if zahl_x.ziffer [i] <> 0 then pos := i;
  zahl_x.maxpos := pos
end;


procedure einlesen_zahl (var zahl_x: grosse_zahl;
                         var esc: Boolean);
{ Liest eine Zahl des Typs grosse_ZAHL von der Tastatur ein }
var       kettchen : kette79;
begin
  kettchen := nimm_kette (n);
  if kettchen = chr (27) then esc := true else esc := false;
  valor (zahl_x, kettchen);
end;


procedure darstellen (zahl_x : grosse_zahl);
{ Um eine grosse_zahl am Bildschirm darzustellen }
var       i, k : natuerlich;
begin
  textcolor (15);
  textbackground (7);
  k := n;
  while ((zahl_x.ziffer [k] = 0) and (k > 0)) do dec (k);
  for i:=k+1 to n do write (' ');
  for i:=k downto 0 do write (zahl_x.ziffer [i]);
  normvideo;
end;
```

```
function groesser (erste, zweite: grosse_zahl): Boolean;
{ Prüft, ob erste grösser als zweite }
var      k    : natuerlich;
         jetzt_reichts : Boolean;
begin
  k := maxim (erste.maxpos, zweite.maxpos);
  jetzt_reichts := false;
  groesser := false;
  while not jetzt_reichts do
    begin
      if erste.ziffer [k] < zweite.ziffer [k] then
         jetzt_reichts := true;
      if erste.ziffer [k] > zweite.ziffer [k] then
         begin
           groesser := true;
           jetzt_reichts := true
         end;
       if k = 0 then jetzt_reichts := true;
       dec (k)
    end
end;


function gleich (erste, zweite: grosse_zahl): Boolean;
{ Prüft ob erste gleich zweite }
var      k    : natuerlich;
         jetzt_reichts : Boolean;
begin
  k := maxim (erste.maxpos, zweite.maxpos);
  jetzt_reichts := false;
  gleich := true;
  while not jetzt_reichts do
    begin
      if erste.ziffer [k] <> zweite.ziffer [k] then
         begin
           gleich := false;
           jetzt_reichts := true
         end;
       if k = 0 then jetzt_reichts := true;
       dec (k)
    end
end;


procedure eins  (var grossezahl: grosse_zahl);
{ weist grossezahl den Wert 1 zu }
var       i : natuerlich;
begin
  grossezahl.ziffer [0] := 1;
  for i := 1 to n+1 do grossezahl.ziffer [i] := 0;
  grossezahl.maxpos := 0
end;


procedure nullgleichmachen (var grossezahl: grosse_zahl);
{ weist grossezahl den Wert 0 zu }
begin
  eins (grossezahl);
  grossezahl.ziffer [0] := 0;
```

```
  grossezahl.maxpos := 0
end;


procedure mal10 (var a: grosse_zahl);
{ multipliziert mit 10 }
var       i           : natuerlich;
begin
  if overflow then exit;
  if a.maxpos = 0 then if a.ziffer [0] = 0 then exit;
  if a.ziffer [n] <> 0 then
    begin
      overflow := true;
      exit
    end;
  for i:=a.maxpos+1 downto 1 do a.ziffer [i] := a.ziffer [i-1];
  a.ziffer [0] := 0;
  inc (a.maxpos)
end;


procedure summe (var resultat: grosse_zahl; a, b: grosse_zahl);
{ Addiert zwei Zahlen des Typs grosse_zahl }
var       i          : natuerlich;
          s, behalte : byte;
begin
  if overflow then exit;
  nullgleichmachen (resultat);
  resultat.maxpos := maxim (a.maxpos, b.maxpos);
  behalte := 0;
  for i:=0 to    maxim (a.maxpos, b.maxpos)+1    do
    begin
      s := a.ziffer [i] + b.ziffer [i] + behalte;
      behalte := s div 10;
      resultat.ziffer [i] := s mod 10;
    end;

  if resultat.ziffer [i] <> 0 then inc (resultat.maxpos);
  if resultat.maxpos > n then overflow := true
end;


procedure mult (var resultat: grosse_zahl; a, b: grosse_zahl);
{ multipliziert 2 Zahlen des Typs grosse_zahl }
var       i, j           : natuerlich;
          behalte, p     : byte;
          partial        : grosse_zahl;
begin
  if overflow then exit;

  nullgleichmachen (resultat);

  { Ist ein Faktor 0, so ist Produkt 0: }
  if a.maxpos = 0 then if a.ziffer [0] = 0 then exit;
  if b.maxpos = 0 then if b.ziffer [0] = 0 then exit;

  { Beide Faktoren verschieden 0: }
  for j := 0 to  b.maxpos  do
  begin
    nullgleichmachen (partial);
    partial.maxpos := a.maxpos + b.maxpos;
```

```
    behalte := 0;
    for i:=0 to n+1 do
      begin
        p := b.ziffer [j] * a.ziffer [i] + behalte;
        if (i+j<=n) then partial.ziffer [i+j] := p mod 10;
        if i+j > n then if p > 0 then overflow := true;
        behalte := p div 10
      end;
    if behalte <> 0
      then
        begin
          partial.ziffer [i+j+1] := behalte;
          inc (partial.maxpos)
        end;
    summe (resultat, resultat, partial);
  end;
end;


procedure abzug (var resultat: grosse_zahl;
                     a, b    : grosse_zahl);
{ Subtraktion von Zahlen
  des Typs grosse_zahl; nur
  sinnvoll bei a > b     }
var       i, letzte         : natuerlich;
          d, behalte        : byte;
begin
  if overflow then exit;
  nullgleichmachen (resultat);
  letzte := maxim (a.maxpos, b.maxpos);
  behalte := 0;
  for i:=0 to   letzte   do
    begin
      if a.ziffer [i] >= b.ziffer [i] + behalte then
        begin
           d := a.ziffer [i] - b.ziffer [i] - behalte;
           behalte := 0
        end
                    else
        begin
           d := 10 + a.ziffer [i] - b.ziffer [i] - behalte;
           behalte := 1
        end;
      resultat.ziffer [i] := d
    end;
  if behalte <> 0 then overflow := true;

  { es können links Nullen entstanden sein: }
  resultat.maxpos := 0;
  for i:=1 to letzte do if resultat.ziffer [i] <> 0
                           then resultat.maxpos := i;
end;


procedure divi (zaehler, nenner: grosse_zahl;
                var quocient, rest: grosse_zahl);
                    { dividieren von zwei Zahlen des
                      Typs grosse_zahl mit Rest }
var       pos              : natuerlich;
          aux, Z           : grosse_zahl;
          jetzt_reichts    : Boolean;
```

```
          anzahl_mal        : byte;
          i                 : natuerlich;
begin
  if overflow then exit;
  nullgleichmachen (Z);
  if gleich (nenner, Z) then
    begin
      overflow := true;
      exit
    end;
  if groesser (nenner, zaehler) then
    begin
      nullgleichmachen (quocient);
      rest := zaehler;
      exit
    end;
  nullgleichmachen (aux);
  nullgleichmachen (quocient);
  nullgleichmachen (rest);

  pos := n; {  zaehler.maxpos; }
  aux.ziffer [0] := zaehler.ziffer [pos];
  jetzt_reichts := false;

  repeat

    anzahl_mal := 0;
    while (groesser (aux, nenner) or gleich (aux, nenner)) do
      begin
        inc (anzahl_mal);
        abzug (aux, aux, nenner)
      end;


    quocient.ziffer [pos] := anzahl_mal;
    if pos > 0 then dec (pos) else jetzt_reichts := true;
    if not jetzt_reichts then
      begin
        mal10 (aux);
        aux.ziffer [0] := zaehler.ziffer [pos];
      end

  until jetzt_reichts;
  rest := aux;

  { Die Nullen links entfernen: }

  rest.maxpos := 0;
  for i:=1 to n do if rest.ziffer [i] <> 0 then
                                        rest.maxpos := i;
  quocient.maxpos := 0;
  for i:=1 to n do if quocient.ziffer [i] <> 0 then
                                     quocient.maxpos := i;
end;


procedure ggt (var resultat: grosse_zahl; a, b: grosse_zahl);
{ Grösster Gemeinsamer Teiler }
var       quocient, rest, Z    : grosse_zahl;
begin
  nullgleichmachen (Z);
```

```
  if (gleich (a, Z) or gleich (b, Z)) then overflow := true;
  if overflow then exit;
  repeat
    divi (a, b, quocient, rest);
    a := b;
    b := rest
  until gleich (rest, Z);
  resultat := a
end;


procedure kuerzen (var a, b: grosse_zahl);
{ Bruch a/b kürzen }
var       d, rest : grosse_zahl;
begin
  ggt (d, a, b);
  divi (a,d,a,rest);
  divi (b,d,b,rest)
end;


procedure kgv (var resultat: grosse_zahl; a, b: grosse_zahl);
{ kleinstes gemeinsames Vielfaches }
var       max : grosse_zahl;
begin
  if overflow then exit;
  ggt (max, a, b);
  kuerzen (a, max);
        { da max auch a teilt, muss nur noch
          a mit b multipliziert werden) }
  mult (resultat, a, b)
end;


procedure umkehren_ganz (var total: ganz);
{ positiv zu negativ und umgekehrt }
begin
  if overflow then exit;
  if total.positiv then total.positiv := false
                   else total.positiv := true
end;


procedure summe_ganz (var total: ganz; a, b: ganz);
begin
  if overflow then exit;
  total.positiv := true; { Ausgangsannahme }

  if a.positiv and b.positiv
  then
    begin
      summe (total.absolut, a.absolut, b.absolut);
    end
  else
  if a.positiv and not b.positiv
  then
    begin
      if groesser (a.absolut, b.absolut) {*}
      then {*}
        begin
          abzug (total.absolut, a.absolut, b.absolut)
```

```
        end
      else {*}
        begin
          abzug (total.absolut, b.absolut, a.absolut);
          total.positiv := false
        end
    end
  else
  if not a.positiv and b.positiv
  then
    begin
      if groesser (b.absolut, a.absolut) {**}
      then {**}
        begin
          abzug (total.absolut, b.absolut, a.absolut)
        end
      else {**}
        begin
          abzug (total.absolut, a.absolut, b.absolut);
          total.positiv := false
        end

    end
  else
  if not a.positiv and not b.positiv
  then
    begin
      summe (total.absolut, a.absolut, b.absolut);
      total.positiv := false
    end
end;


procedure swap_ganz (var erste, zweite: ganz);
var       joker : ganz;
begin
  if overflow then exit;
  joker  := erste;
  erste  := zweite;
  zweite := joker
end;


procedure mult_ganz (var total: ganz; erste, zweite : ganz);
begin
  if overflow then exit;
  mult (total.absolut, erste.absolut, zweite.absolut);
  if erste.positiv = zweite.positiv then total.positiv := true
                                    else total.positiv := false
end;


BEGIN
  nullgleichmachen (n_0);
  eins (n_1);
  overflow := false
END.
```

HISTORISCHER ÜBERBLICK

IV Jh. v. Chr. Aristoteles stellt fest, dass die Schallgeschwindigkeit von der Tonhöhe (also von der Frequenz) unabhängig ist. Die alte Theorie, wonach die verschiedenen Tonhöhen durch verschiedene Schallgeschwindigkeiten bestimmt sind, ist hiermit widerlegt.

III Jh. v. Chr. Der Ingenieur Ctesibius von Alexandrien erfindet die Orgel.

235 v. Chr. Aristoxenos entdeckt das Komma.

I Jh. n. Chr. Vitruvius Pollio beschreibt eine Tastatur.

XIII Jh. Legendärer künstlicher Kopf von Albert dem Grossen (1193-1280).

1350, ca. Rudolf von Nürnberg erfindet ein System, um einen Draht mittels hydraulischer Kraft zu ziehen. Konsequenz: Aufkommen der Zither mit Eisendrahtsaiten.

1482 Bartolomé Ramos schlägt in seinem Buch *"De Musica Tractatus"* eine temperierte Stimmung vor.

XVI Jh. Zarlino gestaltet das 12 Modalsystem.

XVI Jh. Die grossen Anatomen der Epoche, Eustachi, Falloppio und Vesalius entdecken die Struktur des menschlichen Gehörorgans.

XVI Jh. Vicentino (1511-72) lässt ein Tasteninstrument konstruieren, in dem die erhöhten und die erniedrigten Noten nicht auf denselben Tasten zusammentreffen.

1511 Schlick beschriebt die Haupttonstimmung in seinem Buch *"Spiegel der Orgelmacher und Organisten"*.

1577 Der blinde Musiker Francisco de Salinas beschreibt die Haupttonstimmung in seinem Buch *"De Musica Libri Septem"*.

XVII Jh. Gassendi stellt fest, dass die Schallgeschwindigkeit unabhängig von der Frequenz ist.

XVII Jh. Valsalva schlägt die Hörtheorie der Resonanz vor, wonach die Tonanalyse im Ohr stattfände.

1619 Samuel Reyher (1635-1714) stellt fest, dass die musikalischen Töne ausser dem Grundton weitere Partialtöne zu enthalten pflegen.

1636 Mersenne entdeckt die Partialtöne.

1638 Galileo Galilei führt in seinem Buch *"Discorsi"* den Begriff der Frequenz einer schwingenden Saite ein und zeigt, dass diese von der Länge, der Spannung und der Masse der Saite abhängt.

1650, circa Otto von Guericke (1602-86) zeigt, dass sich der Schall nicht im Vakuum fortbewegt (wie das Licht).

1671 Samuel Morland (1625-85) erfindet ein Megaphon (Schalltrichter).

1675 Mercator schlägt die Unterteilung der Oktave in 53 Komas vor.

1677 John Wallis veröffentlicht die Entdeckung der Partialtöne durch William Noble und Thomas Pigot.

1691 Huygens schlägt eine Tonleiter von 31 Tönen vor.

1700, ca. Denner erfindet die Klarinette.

1700 Sauveur versucht, die Grenzen des menschlichen Gehörs zu ermitteln.

1707 Sauveur schlägt eine Tonleiter von 43 Tönen vor.

1709 Bartolomeo Cristofori veröffentlicht die Beschreibung des ersten Klaviers.

1711 John Shore erfindet die Stimmgabel.

1713 Sauveur beschreibt die Schwebungen.

1720, ca. Hochbrucker erfindet die Pedalharfe.

1725 Castel erfindet sein *"Clavecin Oculaire"*.

1731 Holder schlägt die Tonleiter mit 53 Tönen vor.

1738 Eine durch die *"Académie Royale des Sciences"* ernannte Wissenschafterkommission (Jacques Cassini, Maraldi, Lacaille und andere) bestimmt die Schallgeschwindigkeit und erhält den Wert von 337 m/s.

1738 Vaucanson stellt der *Académie des Sciences* einen Musikautomaten vor.

1743 Jean-Antoine Nollet (1700-1770) untersucht die Ausbreitung des Schalls im Wasser.

1745 Sorge entdeckt die Differenztöne.

1745 Giuseppe Tartini entdeckt die Differenztöne.

1760 Engramelle erfindet ein Tasteninstrument, das die gespielten Improvisationen aufzeichnet.

1761 Delaborde erfindet ein elektrisches Cembalo.

1763 Benjamin Franklin erfindet die Glasharmonika.

1773 Broadwood baut sein erstes Klavier.

1777 Sébastien Erard baut das erste französische Klavier.

1777 Joseph Priestley (1733-1804) entdeckt, das die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls in einem Gas zu dessen Dichte proportional ist. Er veröffentlicht das Buch *"Experiments and Observations on Different Kinds of Air"*.

1779 Higgins beobachtet die von einer Wasserstofflamme in einem Glasrohr erzeugten Töne *(Chemische Orgel).*

1781 John Broadwood baut seinen ersten Flügel.

1783 John Broadwood erhält ein Patent für ein Klavierpedal.

1789 Erard baut seinen ersten Flügel.

1790 Chladni entdeckt die Chladnischen Figuren.

1800, ca. Young formuliert sein Gesetz der schwingenden Saite.

1802, ca. Maelzel baut sein *"Panharmonicon".*

1807 Thomas Young erfindet ein Gerät zur Aufzeichnung der Vibrationen einer Stimmgabel auf einen mit Russ bedeckten Zylinder.

1814 Entdeckung der Fraunhoferschen Linien.

1814 Laënnec erfindet das erste Stethoskop.

1817 Valentin Haüy (1745-1822) entdeckt den piezoelektrischen Effekt.

1819 Charles Cagniard de la Tour erfindet die Sirene.

1820 Oerstedt entdeckt den Elektromagnetismus.

1822 Fourier formuliert seinen Satz.

1822 Eine Gruppe Wissenschafter, darunter Humboldt, messen in Paris die Schallgeschwindigkeit.

1828 Colladon und Sturm messen die Schallgeschwindigkeit im Wasser. Die im Léman-See durchgeführten Untersuchungen ergeben eine Geschwindigkeit von 1435 m/s.

1830 Flourens lokalisiert den Gleichgewichtssinn in den Bogengängen des Gehörs.

1830 Patent von A. Babcock für einen Klavierrahmen aus Gusseisen aus einem Stück für gekreuzte Saiten.

1831 Boehm empfiehlt die Überkreuzung der Klaviersaiten.

1831 Boehm erfindet die Flöte, die seinen Namen trägt.

1834 Webster aus Birmingham produziert einen Stahldraht, der den Eisendraht im Klavierbau ablöst.

1834 E.H. Weber formuliert seinen Satz: *"Die kleinste noch wahrnehmbare Zunahme eines Reizes ist ein konstanter Bruchteil des wahrgenommenen Wertes."*

1837 Entdeckung des Page-Effekts.

1837 Wheatstone drückt seine Vokaltheorie aus.

1840 Duhamel erarbeitet ein System zur graphischen Darstellung des Schalls, ähnlich wie der *Phonautographe* von Scott.

1842 Doppler entdeckt den nach ihm benannten Effekt..

1843 J. Chickering aus Boston patentiert einen Piano-Gussrahmen.

1843 Ohm erarbeitet seine Theorie über die Klangfarbe.

1844, ca. Hipkins führt die gleichmässige Temperatur für die Stimmung der Klaviere der Firma Broadwood ein.

1845 "Orchestrion" von Michael Welte.

1846 Corti entdeckt das nach ihm benannte Organ.

1848 Fizeaustellt fest, dass der Dopplereffekt auch in der Optik auftritt.

1850 Logarithmisches Gesetz von Fechner.

1850 Debain konstruiert ein automatisches Klavier mit Kurbelantrieb.

1851 Lichtenthal von Sankt Petersburg stellt im Hyde-Park einen Flügel mit gekreuzten Saiten und zwei Resonanzböden vor.

1851 Montal erfindet das linke Klavierpedal.

1854 Charles Bourseul (1829-1912) Drückt die Möglichkeit aus, ein Telephon zu konstruieren.

1855 Die Firma Pöhlmann verbessert die Qualität und den Zug-Widerstand der Klaviersaiten.

1855, ca. Helmholtz baut seinen Stimmgabel-Synthesizer.

1856 Helmholtz entdeckt die Summentöne.

1857 Scott erfindet den *"Phonautographe"*.

1857 Helmholtz verteidigt die Gehörtheorie der Resonanz.

1860 Erscheint das Buch von G.T. Fechner *"Elemente der Psychophysik"* mit dem berühmten Gesetz, wonach die Empfindung sich verhält wie der Logarithmus des Reizes.

1861 J.P. Reis erfindet das erste elektrische Telephon.

1864 R. Koenig untersucht den Schall mit der manometrischen Kapsel und einem Drehspiegel.

1866 Quincke erfindet das Umwegsrohr.

1868 Mustel baut die *Celesta*.

1876 Telephon von Alexander Bell.

1877 Hughes erfindet sein Mikrophon.

1877 Berliner erfindet ein Mikrophon.

1877 Charles Cros und Edison erfinden (unabhängig voneinander), den Phonographen.

1880 Jules Carpentier kombiniert den Lochkartenstreifen mit der pneumatischen Steuerung.

1881 Clément Ader organisiert im Rahmen der Elektrizitätsausstellung eine direkte stereophonische Telephonübertragung aus der Pariseroper. Das Publikum trug Kopfhörer. Die eingesetzten Mikrophone fabrizierte er selber.

1882 Bongardt gründet die Stahldraht- und Klaviersaitenfabrik *"Stahl- und Drahtwerk Röslau in Röslau"*.

1882 Fischer und Fritz bauen in Leipzig das *"Adiaphon"*, ein Stimmgabelklavier.

1885 Paul Lochmann und Ellis Parr erfinden die gelochte Metallscheibe für Musikautomaten.

1886 Hörtheorie von W. Rutherford (Telephontheorie).

1887 Zusammen mit Tainter, vertreibt Edison einen Phonographen mit Wachszylindern und Elektromotor.

1887 Berliner erfindet das Grammophon (mit Schallplatten).

1888 Oberlin Smith beschreibt das Prinzip der magnetischen Aufzeichnung von Schallwellen[77].

1888 *"Graphophone"* von G. Bell, Chichester Bell und Tainter.

1895 Aeolian bringt einen *Vorsetzer* auf den Markt, der metronomisch gelochte Papierrollen reproduziert.

1896 Marconi patentiert ein System drahtloser Telegraphie, einen Vorgänger der modernen Radiotelephonie.

1896 François Dussaud stellt den ersten elektrischen Phonographen vor.

1897, ca. *Dynamophone* von Cahill.

1898 Der Deutsche Simon zeigt, dass das elektrische Bogenlicht für die Wiedergabe des von einem Mikrophon aufgenommenen Schalls geeignet ist (sprechender Lichtbogen von Duddell).

1898 Erste Versuche von Poulsen im Bereich der Magnetophonie.

1898 Formel von Sabine zur Berechnung des Nachhalls.

1899 Einsatz der Induktionsspule in den Telephoninstallationen.

1899 Augustus Stroh erhält ein Patent für seine Geige, bei welcher der Resonanzboden durch eine Phonographische Membrane und einen Trichter ersetzt wurde.

1899 Ludwig und Pfefferkorn erfinden ein phonographisches Aufzeichnungssystem mit einem heissen Stylet in einem schmelzbaren Material.

1900, gegen Marconi und Popov erfinden die Radiotelephonie (Rundfunk).

1900, ca. Die Gebrüder Pathé kaufen alle Patente Edisons auf, die mit dem Phonographen zu tun haben.

1900 Das *"Telegraphone"* von Poulsen, Vorgänger des Magnetophons, wird an der Weltausstellung vorgeführt.

1900 Edwin S. Votey baut das *"Pianola"* mit eingebautem pneumatischem Getriebe.

1901 Die Firma Aeolian führt die als *"Metrostyle"* bezeichnete Linie auf den Klavierrollen ein.

1901 Duddell erfindet den sprechenden Lichtbogen.

[77] In der Zeitschrift *Electrical World* vom 8. September 1888.

1902 Hupfeld konstruiert das *"Phonola"* (Vorsetzer), das erste in Deutschland fabrizierte Pianola.

1902 Léon Gaumont stellt den ersten Tonfilm her, unter Benutzung von Schallplatten.

1903 Edison entwickelt ein System, um phonographische Zylinder mittels einer Gussform zu vervielfältigen.

1903 Poulsen patentiert sein System, um magnetophonische Datenträger mit Gleichstrom zu polarisieren.

1903 Torres Quevedo patentiert die erste auf Radiowellen basierte Fernsteuerung unter dem Namen *'Telekino'* und dem Kommentar: "Un sistema denominado *Telekino* para gobernar a distancia un movimiento mecánico[78]".

1904 Welte patentiert ein System für die dynamische Differenzierung der Töne des Pianolas.

1904 Welte stellt sein Reproduktionsklavier vor.

1904 Vakuum-Diode von Fleming.

1905 Phonographische Verstärkung durch Reibung (Wawrina).
1906, ca. Die Firma Aeolian führt das System *"Themodist"* für die Pianolas ein.

1906 Busoni ersinnt eine Aufteilung der Oktave in Drittels- und Sechsteltöne.

1906 Ruhmer stellt eine telephonische Verbindung über einen Abstand von 3000 m mit einem Lichtbogen und einer Photozelle her.

1907 Otto Weiss erfindet das Phonoskop, ein Gerät, mit dem schwacher Schall aufgezeichnet und untersucht werden kann.

1907 Hupfeld bringt sein erstes Reproduktionsklavier, das *DEA* auf den Markt.

1907 Lee De Forest erfindet die Vakuum-Triode.

1908 Edison stellt Zylinder mit denselben Massen, aber mit doppelter Spieldauer (4 Minuten) her, die *"Amberol Cylinders"*.

1908 Auf der Konferenz von Buffalo schaffen die Amerikaner eine Norm, welche die Pianolarollen auf 88 Noten festlegt.

1908 Hupfeld stellt seine automatische Geige *"Violina"* vor.

1908 Die Firma Hupfeld führt das System *"Solodant"* für die Pianolas vor, das dem amerikanischen System *"Themodist"* entspricht.

1908 Gründung der amerikanischen Firma *"**Am**erican **Pi**ano **Co**mpany"* (Ampico) durch Zusammenschluss von drei Firmen.
1910 Léon Gaumont erfindet ein System zur pneumatischen Schall-Verstärkung mit Pressluft.

1912 In la Garriga wird die erste Klavierrollenfabrik Kataloniens gegründet.

1912 Clusters von Henry Cowell.

1912 Edison bringt unzerbrechliche Phonographenzylinder aus Zel-

[78] Ein als *Telekino* bezeichnetes System, mit dem man mechanische Bewegung aus der Ferne steuern kann.

luloid auf den Markt, die *"Blue Amberol Cylinders"*.

1912 Vorstellung des *Mélographe* von Nyström, eines Reproduktionsklaviers, das die individuelle Akzentuierung jeder Note erlaubte, aber nie serienmässig hergestellt wurde.

1913 Edison stellt Schallplatten mit senkrechter Aufzeichnung her, die *"Edison Diamond Discs"*.

1913 Die Firma *Aeolian* konstruiert den *DUO-ART* (80 Töne), der als Reproduktionsklavier und als Pianola eingesetzt werden kann.

1913 Die *"American Piano Company"* baut das Reproduktionsklavier *"Ampico"*.

1913 *Philharmonische Orgel* von Welte.

1913 Bruitisme der Futuristen.

1914 Haba kreiert die Vierteltonmusik.

1914 Strawinsky komponiert eine Étude für Pianola.

1918, ab Einsatz der Triode in der Telephonie.
1918 Armstrong erfindet den Superheterodyn-Empfänger.

1920 G.W. Stewart konstruiert den *"Phaser"*, einen Tongenerator, mit dem nach Belieben phasenverschobene Töne erzeugt werden können.

1920, ab In den Bell Laboratorien wird damit begonnen, die Digitalisierung der Töne zu studieren.

1922 Thomas Wilfried baut ein Synästhetisches Instrument, das *Clavilux*, welches Farben auf einen Bildschirm projiziert.

1922 Hans Vogt stellt in Berlin den ersten Lichttonfilm ("Ein Tag auf dem Dorfe") vor.

1922 J.Q. Stewart baut einen elektrischen Vokalen-Generator.

1923, ab Zwölftonmusik von Schönberg.

1923 Zworykin erfindet den Ikonoskop und den Kineskop, Vorläufer des Fernsehens.

1925 Aufkommen der elektromagnetischen Aufzeichnung der Schallplatten.

1926 Dr. Karl Daniel (*1905) stellt die ersten Versuche mit seinem phonographischen Schall-Band an.

1926 Der Film *Don Juan* wird in den USA projiziert, ein Tonfilm mit synchronisierten Schallplatten.

1927 *Superpiano*, Photoelektrisches Tasteninstrument von Spielmann.

1927 Carlson und Carpenter patentieren ein System, um die magnetischen Datenträger für die Magnetophonie mit Wechselstrom zu polarisieren.

1927 John Logie Baird zeichnet Fernsehbilder auf 78-er Platten auf.

1928 Martenot erfindet die *Ondes Martenot*, ein Instrument, welches die herkömmliche Akustik mit der Elektroakustik verbindet.

1928 Békésy beginnt das Gehör zu erforschen.

1928 Fritz Pfleumer patentiert eine Beschichtung von Tonband mit magnetischem Pulver.

1929 Magnetophon (Tonbandgerät) von Stille mit Stahldraht.

1930 *Trautonium* von Trautwein.

1930 Der Physiker Nernst entwickelt das elektroakustische Klavier Neo-Bechstein.

1931, ab Leopold Stokowski führt eine Serie Experimente durch, um die Geschwindigkeit der Schallplatten auf 33 1/3 Umdrehungen pro Minute zu reduzieren und gleichzeitig die Länge der Rille zu vergrössern.

1932 Der Engländer Alan Dower Blumlein stellt eine Stereo-Platte her.

1934 Harvey Fletcher führt eine öffentliche Vorführung der Stereophonie durch.

1935, ca. Magnettonband auf Kunststoffträger.
1935, ca. Pater Pujet in Paris konstruiert seine *Orgue Radio-Synthétique.*

1935, ca. Die Hammondorgel kommt auf den Markt.

1936 Leo Fender bringt eine der ersten elektrischen Gitarren auf den Markt.

1936 Dr. Karl Daniel (*1905) führt an der Berliner Radio-Ausstellung sein Tefiphon vor, eine Art Plattenspieler, der mit einem Band arbeitet, das mit einer Nadel abgetastet wird.

1936 Das Unternehmen Welte konstruiert die *Lichttonorgel.*

1937 Erstes tragbares Tonbandgerät.

1939 In den Bell Laboratorien entwickelt H.W. Dudley den *Voder*, einen Wortsynthesizer.

1939 In den Bell Laboratorien begründet A.H. Reeves ein System zur Digitalisierung des Tons, die *lineare Impuls-Kode-Modulation.*

1939 Edwin Howard Armstrong erfindet die Frequenzmodulation für den Rundfunk.

1940 CBS stellt ein Farbfernsehsystem vor.

1945, ab Elektroakustische Musik.

1948 Die Firma *Columbia* stellt die erste kommerzielle LP mit 33 1/3 Umdrehungen her.

1948, ab Bildaufzeichnung auf Magnetband (Video).

1948 Bardeen, Brattain und Shockley erfinden den Transistor in den Bell Laboratorien.

1949 RCA Victor bringt die Single-Schallplatte mit 45 Umdrehungen pro Minute auf den Markt.

1951 Aeolian stellt einen tragbaren Vorsetzer her. Hier bricht die Entwicklung des Pianolas vorläufig ab.

1951 Das *Tefiphon* von Dr. Karl Daniel (*1905) kommt in den Handel, eine Art Plattenspieler, der mit einem Band arbeitet.

1951 C. A. Culver baut ein elektronisches Gerät zur spektralen Analyse der akustischen Wellen.

1953 Schrägspuraufzeichnungsverfahren für die Videoskopie.

1957 Farbfernsehsystem SECAM.

1958 Die stereophonischen Langspielplatten und die ersten Stereotonbandgeräte erscheinen auf dem Markt.

1958 Ampex baut den ersten Farb-Video-Recorder.

1961 Beginn der FM-Stereo-Rundfunkübertragungen.

1963 Philips Compact Cassette.

1963 Farbfernsehsystem PAL.

1970 Telefunken baut die erste analoge Farbbildplatte mit mechanischer Abtastung.

1972 *Laservision* Bildplattenspieler von Philips.

1975 Ertse Filme mit Stereo-Ton und Dolby A Rauschunterdrückung.

1975 *Betamax*-Recorder von Sony.

1975 JVC führt das Video-Home-System, VHS, ein.

1979 Der Fernsehsatellit *Telstar* wird in Umlauf gebracht.

1979 Philips stellt den ersten CD-Player vor.

1982 Die ersten digitalen Audio-CDs erscheinen auf dem Markt.

1983 Sascha Reckert erfindet das *Verrophon*, ein neues Model der Glasharmonika.

1983 Die ersten *CD*, *Compact Disc*, kommen auf den Markt.

1987 Im Institut Fraunhofer in Erlangen wird die Möglichkeit untersucht, die informatischen Schalldateien so zu komprimieren, dass nur die Information verloren geht, die vom Gehör ohnehin nicht vernommen werden kann.

1988, ab Digitale Video-Platten.

1989 Das Institut Fraunhofer patentiert seinen Algorithmus, der später zu den MP3-Dateien führte.

1990, ca. Die Firma Yamaha bietet ihr *Disklavier* auf dem Markt an.

1994 Die MPEG-2-Spezifikationen, Grundlage des MP3, werden veröffentlicht.

1995 Die DVD-Platte wird kreiert.

1997 Tomislav Uzelac erschafft mit seinem AMP das erste Wiedergabegerät für MP3.

1997 Gründung der Webseite von www.mp3.com.

1999, ab Tragbare MP3-Wiedergabegeräte.

2000 Disney stellt den Film *Fantasia 2000* vor.

BIBLIOGRAPHIE

Alembert, Jean Le Rond d', *Éléments de musique théorique et pratique suivant les principes de M. Rameau.* Paris, 1752.

Bach, C.P.E., *Versuch über die wahr*e *Art, das Clavier zu spielen.* Berlin, 1753.

Bédos, Dom, *L'Art du Facteur d'Orgues.* 1766.

Békésy, György, auch Georg von, *Experiments in Hearing. (Translated and edited by E.G. Wever).* New York, 1960

Blaserna, Pietro, *La teoria del suono nei suoi rapporti con la musica.* 1875.

Blaserna, Pietro, *Le son et la musique.* Paris, 1877.

Böhm, Theobald, *Über den Flötenbau und die neuesten Verbesserungen desselben.* Mainz, 1847.

Bosanquet, Robert Holford Macdowall, *Temperament of the Division of the Octave*. 1874.

Bosanquet, Robert Holford Macdowall, *An Elementary Treatise on Musical Intervals and Temperament. With an Account of an Enharmonic Harmonium...* London, 1876.

Bosanquet, Robert Holford Macdowall, *Relative Between Notes of Open and Stopped Pipes.*

Bouasse, H., *Bases physiques de la musique.* Paris, Gauthier-Villars, 1906.

Bouasse, H., *Acoustique générale (ondes aériennes).* Paris, 1926.

Bouasse, H., *Acoustique: Cordes et membranes (Instruments de musique à cordes et à membranes).* 1926.

Bouasse, H., *Tuyaux et résonateurs (Introduction à l'étude des instruments à vent).* Paris, 1929.

Bouasse, H., *Tourbillons. Forces acoustiques. Circulations diverses.* 2 Volumes, 1931/32.

Castel, Louis Bertrand Richard, *"Mercure"*, 1725

Caus, Salomon de, *Les raisons des forces mouvantes, avec diverses machines, tant utiles que plaisantes.* Frankfurt, 1615.

Chladni, Ernst Florenz Friedrich, *Die Akustik.* Leipzig, 1802.

Chladni, Ernst Florenz Friedrich, *Neue Beiträge zur Akustik.* Leipzig, 1817.

Delézenne, Charles Edouard Joseph, *Mémoire sur les valeurs numériques des notes de la gamme. (Recueil des travaux de la Société des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille 1826/27, pages 1-65)*. Lille, 1827.

Du Moncel, Théodore Achille Louis, *Le téléphone, le microphone et le phonographe.* 1878.

Du Moncel, Théodore Achille Louis, *Le microphone, le radiophone et le phonographe.* 1882.

Dussaud, François, *Les lentilles acoustiques.* 1895.

Dussaud, François, *Le téléphone haut parleur.* 1898.

Dussaud, François, *Le téléphone sans fil.* 1898.

Dussaud, François, *Théorie des nouveaux procédés d'amplification des sons*. 1899.

Duverney, Joseph Guichard, *Traité de l'organe de l'ouïe, contenant la structure, les usages et les maladies de toutes les parties de l'oreille, par M. Du Verney*. Leide, 1731.

Ellis, Alexander J., *Über die Tonleitern verschiedener Völker.* München, 1922.

Ellis, Alexander J., *Studies in the History of Musical Pitch.* Amsterdam, 1968 (Neuauflage).

Engramelle, Le Père Marie Dominique Joseph, *La tonotechnie, ou l'art de noter les cylindres et tout ce qui est susceptible de notage dans les instruments de concerts mécaniques*, ... Paris, 1775.

Euler, Leonard, *Tentamen novae theoriae musicae*, Petropoli, 1739.

Fechner, Gustav Theodor, *Elemente der Psychophysik.* 1860.

Fechner, Gustav Theodor, *In Sachen der Psychophysik.* Leipzig, 1877.

Fletcher, Harvey, *Speech and Hearing.* 1929.

Fletcher, Harvey, *Speech and Hearing in Communication.* 1952.

Fourier, Jean Baptiste Joseph, *Théorie analytique de la chaleur.* 1822.

Gaforio, Franchino, *Franchini Gafori Landensis Musici professoris theoricum opus armonice discipline (?)*. Napoli, 1480.

Glareanus, *Dodecachordon.* Basel, 1547.

Green, David M., *An Introduction to Hearing.* 1976.

Haba, Aloys, *Neue Harmonielehre des diatonischen, chromatischen, Viertel-, Drittel-, Sechstel- und Zwölftel-Tonsystems.* 1927.

Helmholtz, Hermann von, *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik.* Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1863.
(Es sei hier die Neuauflage erwähnt, welche 1954 im Verlagshaus "Dover Publications, Inc., New York" von der zweiten Ausgabe der englischen Übersetzung von A.J. Ellis gedruckt wurde: On the Sensations of Tone, übersetzt 1885)

Hipkins, A.J., *A Description and History of the Pianoforte*. London, 1896.

Holder, William, *Elements of Speech; an essay of inquiring into the natural production of letters...* London, 1669.

Holder, William, *A Treatise on the Natural Ground and Principles of Harmony*. London, 1694.

Hopkins, E.J. & Rimbault, E.F., *The Organ, its History and Construction*. London, 1870.

Kircher, Athanasius, *Musurgia Universalis sive Ars Magna Consoni et Dissoni in X Libros Digesta*, 1650.

Kircher, Athanasius, *Phonurgia Nova sive Conjugium Mechanic-physicum Artis & Naturae Paranympha Phonosophia Concinnatum*, 1673

Koenig, Rodolphe, *Catalogue des appareils d'acoustique*. 1859.

Koenig, Rodolphe, *Quelques expériences d'acoustique*. Paris, 1882.

Kundt, August Adolph Eduard Eberhard, *Über die Mittheilung des Tones longitudinal schwingender Stäbe und Röhren an die umgebende Luft*. 1865.

Kundt, August Adolph Eduard Eberhard, *Über die Schallgeschwindigkeit der Luft in Röhren*. (Aus: Monatsbericht der königlichen Akademie der Wissenschaft, Berlin, 19.12.1867)

Kundt, August Adolph Eduard Eberhard, *Über die Schwingungen der rechteckigen, insbesondere der quadratischen Luftplatten*. (Aus: Annalen der Physik und Chemie, Band CL)

Kundt, August Adolph Eduard Eberhard, *Vorlesungen über Experimentalphysik*. Braunschweig, 1903.

Kützing, Carl, *Theoretisch-praktisches Handbuch der Pianoforte-Baukunst, mit Berücksichtigung der neuesten Verbesserungen, bearbeitet von Carl Kützing*. Bern und Chur, 1833.

Kützing, Carl, *Beiträge zur praktischen Akustik als Nachtrag zur Fortepiano- und Orgelbaukunst*. Bern, 1838.

Kützing, Carl, *Theoretisch-praktisches Handbuch der Orgelbaukunst*. Bern, 1843.

Kützing, Carl, *Das Wissenschaftliche der Fortepianobaukunst*. Bern, Chur und Leipzig, 1844.

Mahillon, Victor Charles, *Éléments d'acoustique musicale et instrumentale, comprenant l'examen de la Construction théorique de tous les instruments de musique en usage dans l'orchestration moderne*. Bruxelles, 1874.

Marpurg, Friedrich Wilhelm, *Anfangsgründe der theoretischen Musik*. Leipzig, 1757. (Es gibt eine Faksimileausgabe: New York, 1966)

Marpurg, Friedrich Wilhelm, *Versuch über die musikalische Temperatur*. Breslau, 1776.

Mayer, Alfred Marshall, *Sound*. 1878.

Mersenne, Marin, *Harmonie universelle*. 1636.

Miller, Dayton Clarence, *The Science of Musical Sounds.* New York, 1916.

Montal, Claude, *Abrégé d'accorder soi-même son piano.* 1834.

Montal, Claude, *Traité complet de l'accord du piano.* 1836.

Montal, Claude, *Notice raisonnée sur les perfectionnements introduits dans la fabrication des pianos.* 1852.

Priestley, Joseph, *Experiments and Observations on Different Kinds of Air.*

Rameau, Jean Philippe, *Nouveau système de musique théorique.* Paris, 1720.

Rameau, Jean Philippe, *Traité de l'harmonie réduite à des principes naturels.* 1721.

Rameau, Jean Philippe, *Démonstration du principe de l'harmonie.* 1750.

Ramos de Pareja, Bartolomé, *De musica tractatus, sive musica practica Bononia, dum eam ibid, publice legeret.* 1482.

Rayleigh, John William Strutt, *The Theory of Sound.* 2 Volums, 1894, 1896.

Rousseau, Jean Jacques, *Dictionnaire de Musique.*

Rutherford, William, *Text Book on Physiology.*

Rutherford, William, *Outline of Practical Histology.*

Sabine, Wallace Clement, *Collected Papers on Acoustics.* Harvard, 1927.

Salinas, Francisco, *De Musica Libri septem, in quibus ejus doctrinae veritas tamquam ad harmoniam quam quae ad rhythmum pertinet, juxta sensus ac rationis judicium ostenditur.* Salamanca, 1577.

Sauveur, Joseph, *Principes d'acoustique et de musique ou système général des intervalles des sons.* Paris, 1701.

Savart, Félix, *Mémoire sur la construction des instruments à cordes et à archet.* Paris, 1819.

Schaeffer, Pierre, *À la recherche d'une musique concrète*, 1952.

Schlick, Arnold, *Spiegel der Orgelmacher und Organisten.* Mainz, 1511. (Es gibt eine Faksimileausgabe mit englischer Übersetzung, Knuf, 1980)

Seashore, Carl Emil, *Psychology of Music.*

Smith, Robert, *Harmonics, or the Philosophy of Musical Sounds.* Cambridge, 1749. (Es gibt eine Faksimileausgabe, New York, Da Capo Press, 1966)

Sorge, Georg Andreas, *Anweisung zur Stimmung und Temperatur in einem Gespräch.* 1744.

Sorge, Georg Andreas, *Zuverlässige Anweisung Klaviere und Orgeln gehörig zu temperieren und zu stimmen.* 1758.

Trautwein, Friedrich Adolf, *Trautoniumlehre.* 1936.

Tyndall, John, *Lectures on Sound.* 2. Ausgabe, 1869.
(Es gibt eine französische Übersetzung: *Le son,* 1869 und eine deutsche: *Der Schall,* 1869)

Unger, Johann Friedrich von, *Entwurf einer Maschine, wodurch alles, was auf dem Klavier gespielt wird, sich von selber in Noten setzt.* 1774.

Valsalva, Antonio Maria, *De Aure humana tractatus in quo integra fabrica, multis novis inventis et iconismis illustrata describitur, omniumque ejus partium usus indagantur quibus interposita est musculorum uvulae, atque pharyngis nova descriptio et delineatio, Auctore Antonio Maria Valsalva,...* 1707.

Vesalius, Andreas, *De humanis corpore libri septem.* Basel, 1543.

Vicentino, Nicholas, *Descrizione dell' archiorgano.* 1561.

Weber, Ernst Heinrich, *De aure et auditu hominis et animalium.* 1820.

Weber, Ernst Heinrich, *Der Tastsinn und das Gemeingefühl.* 1851.
Werckmeister, Andreas, *Musikalische Temperatur; oder deutlicher und wahrer mathematischer Unterricht, wie man durch Anweisung des Monochordi ein Clavier, sonderlich die Orgelwerke, Positive, Regale, Spinetten, und dergleichen wol temperirt stimmen könne.* Frankfurt und Leipzig, 1691.

Wever, Ernest Glen, *Physiological Acoustics.* Princeton, 1954.

Wever, Ernest Glen, *Theory of Hearing.* New York, 1949.

Young, Thomas, *Outlines and Experiments respecting Sound and Light.* In den *"Philosophical Transactions";* ca. 1799.

Young, Thomas, *Miscellaneous Works.* London, 1855 (4 Bände).

Zarlino, Gioseffo, *Instituzioni harmoniche, divise in quattro parti.* 1558.

BIOGRAPHISCHE ANGABEN

ADER, CLÉMENT (1841-1925) Französischer Ingenieur und Flieger, der um 1880 ein Mikrophon erfand.

ALBERT DER GROSSE (1193-1280) Philosoph und Gelehrter, Alchemist und wichtiger Verbreiter der aristotelischen Theorien. Er besass einen künstlichen Kopf, der Wörter aussprechen konnte.[79]

ARISTOXENOS VON TARENT (350-300 v. Chr., ca.) Griechischer Musiktheoretiker, der die ältesten bekannten Schriften über Musik verfasste: "Harmonische Elemente" und "Rhythmische Elemente".

BARBIERI (oder Barberi oder ähnlich) Vermutlicher italienischer Fabrikant mechanischer Orgeln, die als *"Orgues de Barbarie"* bekannt sind, Ende des XVIII Jh.

BÉKÉSY, GYÖRGY (auch: Georg von) (1899-1972) Erhielt 1961 den Nobelpreis für Medizin für seine Forschungen auf dem Gebiet des menschlichen Gehörs.

BELL, ALEXANDER GRAHAM (1847-1922) Erfinder des Telephons.

BELL, CHICHESTER Chemiker, Vetter von Alexander Graham Bell, Miterfinder des *Graphophons*, eines Phonographen mit Wachszylindern.

BERLINER, EMIL (1851-1929) Deutscher Physiker und Philanthrop. Führte 1876 die Induktionsspule in der Telephonie ein. Im Jahr darauf, erfand er ein Mikrophon. 1887 patentierte er das Platten-Grammophon. Um 1925 erfand er einen Backstein zur akustischen Isolierung. In den USA gründete er das der Vorbeugung infektiöser Krankheiten, insbesondere der Tuberkulose gewidmete *"Bureau of Health Education"*.

BERNOULLI Schweizerische Mathematikerfamilie mit den folgenden Mitgliedern:

Daniel (1700-1782).
Johann (1667-1748), Vater von Daniel.
Jakob (1654-1705), Onkel von Daniel.

[79] Einzelne Quellen weisen auf die Zerstörung dieses Kopfes durch Sankt Thomas von Aquino (1227-1274) hin, der ihn als Erfindung des Teufels auffasste.

BLASERNA, PIETRO (1836-1917) Physikprofessor in Palermo und Rom und Forscher der Akustik.

BOSANQUET, ROBERT HOLFORD MACDOWALL (1841-1912) Englischer Akustiker.

BROADWOOD, JOHN (1732-1812) Englischer Möbelschreiner, der sich dem Instrumentenbau zuwandte. 1761 schloss er sich mit dem schweizerischen Harfenbauer Burkhardt Tschudi (oder Burkat Shudi) zusammen und im Jahr 1773 baute er sein erstes Klavier, eine Kopie eines Modells von Johann Zumpe. 1781 erbauten sie den ersten Flügel.

CAGNIARD DE LA TOUR, CHARLES (1777-1859) Französischer Physiker und Erfinder, welcher im Jahr 1819 die Sirene erfand. Von 1851 an war er Mitglied der *"Académie des Sciences"*.

CARPENTIER, JULES ADRIEN MARIE LOUIS (1851-1921) Französischer Ingenieur und Erfinder. Er erfand einen *"Mélographe"*, mit dem auf dem Klavier gespielte Improvisationen aufgezeichnet werden konnten. Ferner baute er den *"Mélotrope"*, mit dem die Aufzeichnungen des *Mélographes* auf dem Klavier wiedergegeben werden konnten.

CASTEL, LOUIS BERTRAND RICHARD (1688-1757) Französischer Jesuit und Mathematiker. Fasziniert von der Synästhesie, baute er ein Tasteninstrument, welches die Musik mit Farbeffekten kombinierte, das *Clavecin Oculaire*, welches in seinem Werk *"Mercure"* von 1725 und im *"Journal de Trevaux"* von 1735 beschrieben wird. Im Jahr 1746 veröffentlichte er ebenfalls das Werk *"Optique des couleurs"*.

CAUS[80], SALOMON DE (1576-1626) Französischer Ingenieur und Physiker, der in seinem Werk von 1615, *"La raison des forces mouvantes..."* die Maschine beschrieb, die man als erste Dampfmaschine bezeichnen kann. Dort beschreibt er ebenfalls eine Walzenorgel.

CAVAILLÉ-COLL Berühmte Orgelbauerfamilie, mit den folgenden Mitgliedern:

JOSEPH CAVAILLÉ in Toulouse (1705-1767).

JEAN-PIERRE CAVAILLÉ (1743-1809), Neffe und Schüler von Joseph.

DOMINIQUE HYACINTHE CAVAILLÉ I COLL (1771-1862), Sohn und Schüler von Jean-Pierre. Orgeln von Puigcerdà, Santa Maria del Mar in Barcelona, Vic.

ARISTIDE CAVAILLÉ-COLL (1811-99). Orgeln des Panthéon, Madeleine; Restaurationen der Orgeln von Saint Sulpice, Nôtre Dame, in Paris.

CHLADNI, ERNST FLORENZ FRIEDRICH (1756-1827) Deutscher Physiker und Akustiker. Er hat die nach ihm benannten Figuren entdeckt und ein paar Musikinstrumente erfunden, die sich nicht behauptet haben, wie etwa das *Clavizylinder* und das *Euphonium*.

[80] Man findet auch *Caux, Cauls, Caulx,...*

CLAGGET, CHARLES (1755-1820) Englischer Violinist, Komponist und Erfinder von Musikinstrumenten. Unter anderem baute er ein auf die Stimmgabel begründetes Schlaginstrument.

CORTI, ALFONSO (1822-88) Italienischer Histologe, der 1846 das nach ihm benannte Organ entdeckte.

CRISTOFORI, BARTOLOMEO (1665-1731) Italienischer Instrumentenbauer, der um 1709 das erste Klavier erbaute, das er *"Clavicembalo col piano e forte"* benannte.

CROS, CHARLES (1842-88) Französischer Dichter und Wissenschafter, der den Phonographen vor Edison erfand und ein Vorläufer der Farbenphotographie war.

D'ALEMBERT, JEAN LE ROND (1717-83) Französischer Mathematiker und Physiker, eine der wichtigsten Figuren der *Illustration.* Unter anderem war er einer der Schöpfer der Encyclopédie, zusammen mit Diderot. 1762 veröffentlichte er sein Werk *"Éléments de musique..."*.

DEBAIN, ALEXANDRE FRANÇOIS (1809-77) Instrumentenbauer, der das *Harmonium* erfand, sowie verschiedene automatische Musikinstrumente, darunter einen Vorgänger des Pianolas.

DE FOREST, LEE (1873-1961) Amerikanischer Erfinder, der 1906 seine Triodenröhre *"Audion"* patentierte, welche das elektronische Zeitalter einläutete.

DELÉZENNE, CHARLES EDOUARD JOSEPH (1776-1866) Französischer Physiker, der die musikalischen Tonleitern untersuchte. Er schuf eine Variante der Tonleiter von Zarlino.

DENNER, JOHANN CHRISTOPH (1655-1707) Deutscher Instrumentenbauer, der um 1700 die Klarinette erfand.

DIDYMUS (um 50 v. Chr.) Griechischer Gelehrter, dem das Komma mit der Charakteristik 81/80 zugeschrieben wird.

DUDDELL, WILLIAM (1872-1917) Englischer Ingenieur, der den Effekt entdeckte, der es ihm erlaubte, den sprechenden Lichtbogen zu erfinden. Er war ebenfalls Erfinder eines Oszillographen (1900).

DUHAMEL, JEAN MARIE CONSTANT (1797-1872) Französischer Mathematiker. Er erfand 1840 ein Verfahren zur graphischen Darstellung des Schalls, bei dem ein Stilett die Schwingungen in eine Russschicht aufzeichnete. Das System von Duhamel ist ein Vorgänger des *Phonautographs* von Scott.

DULONG, PIERRE LOUIS (1785-1838) Französischer Chemiker, Physiker, Arzt und Botaniker, der die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls in verschiedenen Gasen mass, um die entsprechende Formel von Laplace zu bestätigen, welche die durch Newton hergeleitete Formel verbesserte.

DU MONCEL, THÉODORE ACHILLE LOUIS (1821-84) Französischer Archäologe, Erforscher der Elektrizität und Erfinder. Es wird ihm die Erfindung des ersten aufzeichnenden Telegraphen zugeschrieben, sowie ein Aufzeichnungsapparat für musikalische Improvisationen.

DUSSAUD, FRANÇOIS (1870-1953) Schweizerischer Physiker und Erfinder. Unter den wichtigsten Erfindungen seien ein Phonograph für Taube (der Tastsinn ersetzt das Gehör) und ein Kino für Blinde (der Tastsinn ersetzt die Sicht) erwähnt.

DUVERNEY, JOSEPH GUICHARD (1648-1739) Französischer Anatom, dem wir ein Werk über das Gehör verdanken, *"Traité de l'organe de l'ouïe..."*, 1731. Die erste Ausgabe scheint aus dem Jahr 1683 zu stammen.

ELLIS, ALEXANDER JOHN (1814-1890) Englischer Mathematiker, der wichtige Forschungen auf dem Gebiet der musikalischen Tonleitern trieb. Er definierte die Einheit *Cent* und übersetzte das Werk von Helmholtz, "*Die Lehre von den Tonempfindungen...".*

ENGRAMELLE, MARIE DOMINIQUE JOSEPH (1727-81) Französischer Augustinerpater, Wissenschafter, Mechaniker und Musiker. Er verfasste das Buch "La tonotechnie...". Man schreibt ihm einen Apparat zu, mit dem auf dem Cembalo improvisierte Musikstücke aufgezeichnet werden konnten.

FLOURENS, PIERRE JEAN MARIE (1794-1867) Französischer Physiologe, der wesentlich zur Lokalisierung des Gleichgewichtsorgans beitrug, auf Grund von vielen qualvollen Vivisektionsversuchen.

ERARD, SÉBASTIEN (1752-1831) Berühmter französischer Instrumentenbauer aus Strasbourg (wo laut gewissen Quellen sein Name Erhard lautete). Er baute 1789 den ersten Flügel. 1810 erfand er das doppelte Harfenpedal und 1823 erfand er eine Repetiermechanik.

EULER, LEONHARD (1707-83) Schweizer Mathematiker, der sich unter anderem für die Frage der Konsonanz und der Dissonanz interessierte. Er ersinnte auch eine mathematische Interpretation der Tonleiter und wandte als erster die Logarithmen auf die musikalischen Intervalle an.

EUSTACHI, BARTOLOMEO (1500-74) Italienischer Anatom, welcher die Ohrtrompete entdeckte.

FALLOPPIO[81], GABRIELE (1523-62) Italienischer Anatom, welcher die Struktur des Innenohrs beschrieb.

FECHNER, GUSTAV THEODOR (1801-87) Deutscher Physiologe und Psychologe, Begründer der Psycho-Physik. Er formulierte 1860 die als Weber-Fechnersches Gesetz bekannte Regel.

---

[81] Man findet auch die Schreibweisen *Fallopi* und *Falloppia.*

FLETCHER, HARVEY (1884-1981) Nordamerikanischer Physiker und Spezialist auf dem Gebiet der Akustik. In den Bell Laboratorien verrichtete er ab 1916 wichtige Forschungsarbeiten und amtierte zwischen 1933 und 1949 als Direktor der Physikalischen Forschungsabteilung. Er schrieb die beiden in der Bibliographie erwähnten Referenzwerke.

FOURIER, JEAN BAPTISTE JOSEPH (1768-1830) Französischer Mathematiker, der 1822 sein berühmtes Gesetz formulierte, wonach jede beliebige periodische Kurve als Überlagerung von Sinuskurven dargestellt werden kann.

GAFORIO, FRANCHINO (1451-1522) Italienischer Musiker und Theoretiker, dem die Ehre zuteil wird, 1480 als erster ein gedrucktes Musikbuch veröffentlicht zu haben.

GASSENDI[82], PIERRE (1592-1655) Französischer Philosoph und Astronom. Er erkannte als einer der ersten, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls von der Frequenz unabhängig ist, was allerdings Aristoteles bereits wusste.

GLAREANUS, Alias HEINRICH LORITI (1488-1563) Gelehrter Schweizer, Dichter in lateinischer Sprache und Historiker. Er veröffentlichte verschiedene Bücher über Musiktheorie.

GOLTZ, FRIEDRICH (1834-1902) Deutscher Physiologe, der wesentlich dazu beitrug, das Gleichgewichtsorgan in den Bogengängen zu lokalisieren.

GRAY, ELISHA (1855-1901) Erfinder des Telephons, gleichzeitig mit Bell, aber ganz unabhängig von ihm.

GUIDO D'AREZZO (ca. 995-1050) Italienischer Mönch und Musiktheoretiker, der das Liniensystem mit vier Linien einführte, und dem wir die lateinische Nomenklatur der sieben Töne der diatonischen Tonleiter verdanken: Ut, Re, Mi,..., Si.

HELMHOLTZ, HERMANN LUDWIG FERDINAND VON (1821-94) Deutscher Arzt, Physiker und Mathematiker. Mit seinem Buch *"Die Lehre von den Tonempfindungen..."* erschuf er, was man als das erste moderne Werk über musikalische Akustik bezeichnen darf. Helmholtz interessierte sich für so verschiedene Themen, wie die Physiologie der Sinnesorgane, die Akustik, die Optik, die Erhaltung der Energie, die Axiome der Geometrie, die Kosmogonie, die Elektrizität, das Schachspiel,... Helmholtz darf als eines der letzten Universalgenies betrachtet werden.

HOCHBRUCKER, CHRISTIAN (*1733) Harfenvirtuose, dessen Sohn Simon um 1720 die Pedalharfe erfand.

---

[82] Auch *Gasendi, Gassendo,...*

HOLDER, WILLIAM (1614-96) Englischer Theoretiker, der eine Tonleiter aus 53 Tönen erfand.

HUCBALD (840-930) Französischer Mönch und Musiktheoretiker, der zwei Musikbücher schrieb, in denen sich der etymologische Ursprung des Worts *Gamma* befindet, um eine Notenfolge zu bezeichnen. Hucbald war einer der wichtigsten Vorläufer der musikalischen Notation und der polyphonischen Musik.

HUGHES, DAVID (1831-1900) Englischer Physiker und Erfinder. Erfand eines der ersten Mikrophone im Jahr 1877.

INGRASSIAS, GIOVANNI FELIPE (1510-80) Italiensicher Arzt und Anatom. Er entdeckte das dritte der Hörknöchelchen, den Steigbügel. Er schien auch vom runden und vom ovalen Fensterchen Kenntnis zu haben, und möglicherweise kannte er sogar den *Musculus tensor tympani*.

KAUFFMANN, JOHANN GOTTFRIED (1752-1818) Mechaniker und Erbauer von Musikautomaten (Flötenuhren). Sein Sohn Friedrich (1785-1862) konstruierte Automaten, welche Trompete spielten.

KEMPELEN, WOLFGANG (1734-1804) Ungarischer Mechaniker, Musikautomatenbauer, welcher eine Sprechmaschine baute. Er führte auch einen Schachspielautomaten vor, der sich als Betrug entpuppte.

KIRCHER, ATHANASIUS Deutscher Jesuitenpater, Universalgenie, der grossen Einfluss auf den jungen leibnitz ausübte. Unter vielen anderen Dingen erfand er eine Art mechanischen Computer, um musikalische Kompositionen zu schaffen, die *Arca Musarritmica* und ein akustisches Telephon. Er schrieb ein Musiktheoriebuch und ein anderes, das man als eines der allerersten Akustikbücher einstufen kann. Er erfand auch mehrere Musikautomaten, eine Schreibmaschine und die *Linterna Màgica* (Dia-Projektor).

KOENIG, RODOLPHE (1832-1901) Berühmter Akustiker. Er erfand die manometrische Kapsel, die er mit dem Drehspiegel zu einem Drehspiegeloszillographen verband.

KUNDT, AUGUST (1839-1894) Deutscher Physiker, dem wir die gleichnamige Röhre verdanken.

LAËNNEC, RENÉ THÉOPHILE HYACINTHE (1781-1826) Arzt, der 1815 das Stethoskop erfand und es zur Untersuchung seiner Patienten einsetzte.

LAPLACE, PIERRE SIMON (1749-1827) Französischer Astronom und Mathematiker, welcher eine Formel ableitete, um die Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Gasen berechnen zu können.

MAELZEL, JOHANN NEPOMUK (1772-1838) Mechaniker, Pianist und Musiklehrer in Wien, der 1816 das Metronom erfand.

MAELZEL, LEONHARD (1776-1855) Bruder von Johann Nepomuk. Mechaniker und Hersteller von Musikautomaten, Er konstruierte das *"Panharmonicon"* mit 42 "Musikern" um 1802. Es wird ihm ebenfalls die Konstruktion eines Schachspielautomaten gegen 1820 zugeschrieben.

MARPURG, FRIEDRICH WILHELM (1718-95) Deutscher Komponist und Musiktheoretiker.

MAYER, ALFRED MARSHALL (1836-97) Nordamerikanischer Physiker, der sich der Akustik widmete. Er begründete den Begriff der Tonmaskierung und veröffentlichte sein Buch "Sound" im Jahr 1878.

MAREY, ÉTIENNE JULES (1830-1904) Französischer Arzt und Physiologe welcher verschiedene Geräte zur graphischen Darstellung der physiologischen Vorgänge erfand. Er formulierte das Gesetz von Marey, welches den Blutdruck als Funktion des Pulses (Systolen pro Minute) darstellt. Er gilt als Vorläufer der Kinematographie, da er Photoserien aufnahm, mit denen der Ablauf der Bewegung der Tiere betrachtet werden konnte.

MERCATOR, NICOLAS ALIAS KAUFFMANN (1620-87) Deutscher Astronom und Mathematiker, der eine Unterteilung der Oktave in 53 Töne ersinnte. Seine Arbeiten im Bereich der konvergenten Reihen sind geachtet. Er ist berühmt für die Reihe:

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + - \cdots$$

Unter anderem veröffentlichte er das Buch *"Logarithmotechnia"*, im Jahr 1668. N. Mercator darf nicht mit Gerhard Mercator (Kremer), dem Mathematiker und Geographen verwechselt werden.

MERSENNE, MARIN (1588-1648) Französischer Mathematiker und Philosoph, der einen grossen Teil seiner Forschungsarbeit der Akustik widmete. Er gehörte zu den ersten, die die Tonhöhe mit der Frequenz der Schwingungen verband. 1636 schrieb er sein berühmtes Werk *"Harmonie Universelle"*.

MONTAL, CLAUDE (1800-1865) Französischer Erfinder und Musiker. Trotz einer fast vollständigen Erblindung ab seinem sechsten Lebensjahr, studierte er Mathematik und Musik. Um 1830 gründete er eine Klavierfabrik.

MUSTEL, CHARLES VICTOR (1815-90) Französischer Instrumentenbauer. Er erfand unter anderem das *"Typophone"* und die *"Celesta"*.

OERSTEDT, JOHANN CHRISTIAN (1777-1851) Dänischer Physiker und Chemiker, welcher 1819 den Elektromagnetismus entdeckte. Seine Erforschung scheint von der Tatsache ausgegangen zu sein, dass der Blitz eine Eisen magnetisieren kann.

OHM, GEORG SIMON (1787-1854) Deutscher Physiker, der als Schlosser zu arbeiten anfing und seine wissenschaftlichen Kenntnisse auf autodidaktische Art erwarb. Er formulierte das berühmte Ohmsche Gesetz der Elektrizität und das weniger bekannte Gesetz der Akustik.

OLYMPOS Griechischer Musiker, dessen Existenz umstritten ist. Er soll im VII Jh. v. Chr. die Flöte erfunden haben.

PATHÉ, ÉMIL (1860-1937) UND CHARLES (1863-1957) Die Gebrüder Pathé waren zwei französische Ingenieure, welche rund um die Phonographie eine grosse Industrie aufbauten. Sie waren auch die ersten französischen Fabrikanten von Filmmaterial für die Filmindustrie.

POULSEN, VALDEMAR (1869-1942) Dänischer Ingenieur, Erfinder des *"Telegraphone"*, eine Urform des magnetischen Tonbandgeräts, im Jahr 1898.

QUINCKE, GEORG HERMANN (1834-1924) Deutscher Physiker, der wichtige Arbeiten über die Interferenz und die Refraktion des Lichts schrieb. Er erfand ein magnetisches Manometer (1885) und ein akustisches Thermometer (1897). Er erfand das Umwegrohr im Jahr 1866.

RAMEAU, JEAN PHILIPPE (1683-1764) Französischer Komponist und Musiktheoretiker. 1722 publizierte er sein Buch *"Traité d'harmonie"*.

RAMOS (auch Ramis) DE PAREJA, BARTOLOMÉ (*1440); er scheint 1521 noch gelebt zu haben. Spanischer Komponist und Musiktheoretiker, der schon vor 1480 ein Musikbuch in spanischer Sprache hatte drucken lassen. Im dritten Band seines wichtigsten Werks, "De musica tractatus..." erwähnt er das Komma und schlägt seine 'Beseitigung' durch die Temperatur vor.

REIS, J. PHILIPP (1834-74) Deutscher Physiker, der das erste elektrische Telephon erfand, welches nur die Tonhöhen vermitteln konnte, ohne Lautstärke oder Klangfarbe. Darum wurde dieses Telephon aus dem Jahre 1861, das sich für die Wiedergabe der Sprache nicht eignete, als *musikalisches Telephon* bezeichnet.

REISSNER, E. (1824-78) Deutscher Anatom, welcher die gleichnamige Membrane entdeckte.

RUHMER, ERNST WALTER (1878-1913) Deutscher Physiker und Erfinder. Unter seinen Erfindungen seien das *"Photographophon"* erwähnt, das einen Vorgänger des Lichttonfilms darstellt und vor allem das drahtlose Telephon, das den Reflex einer manometrischen Flamme vom Sender zum Empfänger sandte. Ruhmer verbesserte auch die Photoelektrische Selenzelle.

RUTHERFORD, WILLIAM (1839-99) Englischer Physiologe, welcher die sogenannte Telephontheorie des Gehörs entwickelte.

SALINAS, FRANCISCO DE (1513-1590) Spanischer Musiker und Theoretiker, grosser Organist, von 10 Jahren an erblindet.

SAUVEUR, JOSEPH (1653-1716) Französischer Mathematiker und Gründer der modernen Akustik. Trotz seiner Taubheit konnte er bedeutende Forschungsarbeiten im Bereich der musikalischen Akustik verwirklichen.

SAVART, FÉLIX (1791-1841) Französischer Arzt und Physiker, der sich vor allem der Akustik widmete. Zu seinen Ehren wurde das Mikrointervall, welches er zur Messung der Intervalle verwandte als *"Savart"* bezeichnet. Savart wurde der Nachfolger Ampères in dessen Physiklehrstuhl.

SCHAEFFER, PIERRE (1910) Französischer Ingenieur und Musiker, einer der Gründer der "Musique Concrète".

SCOTT DE MARTINVILLE, LÉON ÉDOUARD JOSEPH (1817-79) Französischer Typograph und Wissenschafter, der 1857 den Phonautographen erfand, mit dessen Hilfe der Schall graphisch dargestellt werden konnte, ähnlich wie beim Phonographen von Edison, aber ohne den Schall wieder reproduzieren zu können. Er patentierte seine Erfindung im Jahr 1859.

SHORE, JOHN (1662-1752) Englischer Trompeter und Lautenspieler. Er soll 1771 die Stimmgabel erfunden haben.

SMITH, ROBERT (1689-1768) Englischer Physiker und Astronom, welcher ein beachtenswertes Werk über Akustik veröffentlichte, in welchem einige der Hauptthemen des berühmten Buchs von Helmholtz vorausgenommen werden. Sein Buch, "Harmonics..." erschien 1749.

SORGE, GEORG ANDREAS (1703-1778) Deutscher Organist und Theoretiker, welcher 1745 die Differenztöne entdeckte. Unter seinen Werken befinden sich zwei Zyklen von je 24 Präludien. Er hinterliess mehrere Schriften über die musikalische Temperatur.

STOKOWSKI, LEOPOLD (1882-1977) Amerikanischer Dirigent polnischer Herkunft, der entscheidend zur Entwicklung der modernen Langspielplatte mit 33 1/3 Umdrehungen pro Minute beitrug. Er arbeitete mit Walt Disney zusammen an einer dessen interessantesten Produktionen, dem Film "Fantasia" aus dem Jahre 1940.

STROH, AUGUSTUS Erfinder der Violine ohne Resonanzboden, mit der in der ersten Epoche der Phonographie Platten und Zylinder aufgenommen werden konnten.

TAINTER, CHARLES SUMNER (1854-1940) Erfinder der phonographischen Wachszylinder, zusammen mit A.G. Bell und Chichester A. Bell.

TAYLOR, BROOK (1685-1731) Englischer Mathematiker, der eine Formel entwickelte, mit deren Hilfe die Frequenz (Frequenz f der Querschwingungen, in Hz) einer Saite anhand ihrer Länge (L, in Metern), ihrer Spannung (T, in Newton) und der Masse eines Meters Saite (M, in kg) berechnet werden kann.

$$f = \frac{1}{2 \cdot L} \sqrt{\frac{T}{M}}$$

Taylor ist vor allem durch seine Formel berühmt geworden, die es erlaubt, eine algebraische Funktion als unendliche Reihe auszudrücken.

TORRES QUEVEDO, LEONARDO (1852-1936) Spanischer Ingenieur, Mathematiker und Erfinder, Pionier der Kybernetik. Er baute verschiedene elektromechanische Computer, eine Schwebebahn über den Niagara-Fällen, einen Schachspielautomaten und die erste Fernbedienung.

TRAUTWEIN, FRIEDRICH ADOLF (1888-1956) Erfinder des *"Trautoniums"*, eines elektroakustischen Instruments.

TYNDALL, JOHN (1820-93) Englischer Physiker, ein hervorragender Verbreiter der Wissenschaft. Er erfand zahlreiche Geräte, die sich dazu eigneten, die physikalischen Erscheinungen öffentlich vorzuführen. Seine wichtigsten Werke haben die Elektrizität, das Licht, die Wärme und den Schall zum Inhalt. Er war auch ein Pionier des Alpinismus.

UNGER, JOHANN FRIEDRICH VON (1716-81) Deutscher Mathematiker und Physiker. Er befasste sich mit dem Bau einer Maschine, um die am Klavier gespielten Improvisationen aufzuzeichnen.

VALSALVA, ANTONIO MARIA (1666-1723) Italienischer Anatom, dem wir wichtige Arbeiten auf dem Gebiete des Gehörorgans verdanken, unter anderem "De aure humana tractatus...", aus dem Jahre 1740.

VAUCANSON, JACQUES DE (1709-82) Französischer Mechaniker, der eine grosse Anzahl mechanischer Musikautomaten baute. Er machte auch bahnbrechende industrielle Erfindungen. In diesem Sinn ist er ein Vorgänger von Jacquard, da er ein System entwickelte, um Strickmaschinen mit gelochten Karten zu steuern. Im Jahr 1794 wurde seine Sammlung von eigenen und fremden Erfindungen zur Grundlage des *"Conservatoire des Arts et Métiers"*[83] in Paris.

VESALIUS, ANDREAS[84] (1514-64) Belgischer Anatom, der in seinem Anatomiebuch von 1543 *"De humanis corpore fabrica..."* zum ersten Mal zwei der drei Gehörknöchelchen beschreibt, den Hammer und den Amboss.

WEBER, ERNST HEINRICH (1795-1878) Deutscher Physiologe, der 1834 die als Webersches Gesetz bekannte Regel veröffentlichte. Diese Regel ist der Vorgänger des Weber-Fechnerschen Gesetzes.

WELTE Familie von Musikautomaten- und Pianolakonstrukteuren:
MICHAEL (1807-80).
BERTHOLD (1843-1918), Michaels Sohn.
EDWIN (1876-1958), Bertholds Sohn.

YOUNG, THOMAS (1773-1829) Ausserordentlich vielfältiger englischer Arzt und Physiker. Mit 14 Jahren soll er bereits folgende Sprachen beherrscht

[83] Das Pendel von Foucault, das Motiv des berühmten Romans von Umberto Eco, befindet sich in diesem Museum.
[84] Auch Vesali, Vésale, Andries van Wesel.

haben: Arabisch, Französisch, Griechisch, Hebräisch, Italienisch, Lateinisch und Persisch. Seine Theorie über die Farbensicht ist berühmt und wurde später durch Helmholtz bestätigt. Er versuchte sich auch an den ägyptischen Hieroglyphen.

ZARLINO, GIOSEFFO (1517-90) Italienischer Musiktheoretiker und Komponist, der in Venedig als Organist amtierte und heute vor allem durch seine Tonleiter bekannt ist. Er schlug die gleichmässige Temperatur für Tasteninstrumente vor. Er begründete die Theorie des Dur-Akkords in der *"divisione armonica"* und entsprechend den Moll-Akkord in der *"divisione aritmetica"*.

ALPHABETISCHES VERZEICHNIS

DANKSAGUNGEN

Den folgenden Personen sei für Ihre Mitarbeit herzlich gedankt:

Jorquera Pianos, Barcelona, für die Beratung über die Technik des Klavierstimmens.

Dr. Yo Tomita, der mir erlaubte einige der Symbole seines Schriftsatzes *Bach* in diesen Text einzubetten (y.tomita@qub.ac.uk).

Mª Pilar Battle Figueras, die mich auf einen wichtigen Fehler aufmerksam machte.

William R. Brohinsky, der mich über historische Musiknotation informierte (raybro@portone.com).