LES ESCALES MUSICALS

Mentre que l'escala bàsica dels grecs i dels xinesos constava de set tons que en la moderna terminologia anomenaríem Do, Re, ..., Si, (o més generalment I, II, III, ..., VII) i que formen la nostra ESCALA DIATÒNICA, l'ulterior necessitat de MODULACIÓ, és a dir de poder reproduir una melodia donada, començant-la per un altre to de la mateixa escala, respectant tots els intervals entre els tons de la melodia, va aportar els tons alterats. Si per exemple l'escala Do, Re, ..., Si, Do es vol transportar una quinta més amunt, començant per la nota Sol, ens caldrà introduir una nova nota entre el Fa i el Sol, que formarà el grau VII de la nova escala. Aquesta nota alterada s'anomenarà Fa #. Si al contrari comencem la nostra escala en la nota que forma la quinta inferior a Do, doncs en la nota Fa, ens veurem obligats a intercalar una nova nota entre el La i el Si, que s'anomenarà Si ♭ i que correspondrà al grau IV de l'escala nova.

Si entre tots els intervals de to enter de l'escala diatònica Do, Re, ..., Si, hi intercalem un to alterat, obtenim l'anomenada escala cromàtica que consta de 12 tons. En el sistema temprat aquests 12 tons es poden designar amb els nombres 1, 2, ..., 12, que formen la base de la música dodecafònica i de la música serial.

Els clàssics grecs van ser els precursors de les interpretacions aritmètiques de l'escala musical. No és d'estranyar que la primera teoria matemàtica de les notes musicals s'atribueix precisament a Pitàgoras, que ensenyava una filosofia caracteritzada per intentar explicar tots els fets del món físic amb relacions numèriques. Pitàgoras que féu servir un monocord pels seus estudis musicals, encara no s'explicava en termes de freqüències, sinó que relacionava els tons amb les llargades de les cordes. Ja que avui sabem que la freqüència d'un to emès per una corda és inversament proporcional a la llargada de la corda, sempre quan no varien els altres factors (material, gruix i tensió de la corda), és lícit exposar les teories de Pitàgoras utilitzant la terminologia de freqüència.

Després de Pitàgoras, molts científics i músics tenien l'afany de dotar els tons emprats en la música d'una sòlida base matemàtica.

Les diferents interpretacions poden donar lloc a valors numèrics dels tons de l'escala bastant diferents entre ells. La psicologia ha demostrat que el criteri auditiu sobre els intervals melòdics està principalment determinat per la costum; en canvi els intervals harmònics són objectivament més consonants en certs sistemes que en d'altres. El sistema de temprament igual, que és el que avui s'utilitza gairebé exclusivament en l'afinació dels instruments de tons fixes, ofereix una bona aproximació a la majoria de les altres escales. Tot i que certs puristes la rebutgen, hem de tenir en compte que un dels més grans músics de totes les èpoques, en Joan Sebastià Bach era un fervent defensor de l'escala . L'escala de temprament igual només forma un cas especial extremadament senzill des del punt de vista matemàtic d'entre tots els tempraments que s'han anat inventant en el curs de la història. Entre tots els tempraments que s'han adoptat a fi de permetre la interpretació de peces en el major nombre possible de tonalitats amb un mateix instrument de teclat, es destaquen els tempraments anomenats de to principal, amb els quals s'obtenen molt bons resultats en una tonalitat determinada, mentre que unes quantes tonalitats emparentades encara es deixen tocar satisfactòriament. Però tots aquests tempraments tenen uns quants intervals especialment desfavorables, que en aquest context es solen anomenar 'llops', en al·lusió als udols d'aquests animals. En les últimes dècades tornen sorgir molts adeptes a aquests tempraments històrics i l'esmentat llibre de Jorgensen ofereix instruccions detallades per a l'afinació en una gran quantitat de tempraments històrics, malauradament sense oferir cap descripció detallada de les seves estructures matemàtiques.

Actualment l'editor americà Gasparo (www.gasparo.com) ofereix un disc interessant sota el títol "Beethoven in the Temperaments", que conté la interpretació d'unes quantes de les més famoses sonates de Beethoven per la pianista Enid Katahn. El piano de cua Steinway que s'ha fet servir per l'enregistrament ha estat afinat en diferents tempraments històrics per l'afinador Edward Foote, que també parla dels tempraments en la seva pàgina web http://www.uk-piano.org/edfoote/. El màxim inconvenient és sense dubte, que el piano s'ha d'afinar d'una altra manera per a cada tonalitat.

Aquest capítol comentarà breument les interpretacions matemàtiques de l'escala musical occidental. No s'hi parlarà de les anomenades escales exòtiques, que estan molt ben representades en l'obra d'Ellis: "Über die Tonleitern verschiedener Völker"[1], München, 1922.

[1] Sobre les escales de diferents pobles.

Vet aquí la construcció de l'escala pitagòrica:

Suposem que sobre un monocord hi tibem una corda d'una llargada 1 (per exemple 1 m) i una altra de llargada 3/2. La unitat de referència és indiferent en aquest context. Suposem a més d'això que la freqüència del to emès per la corda de la llargada 1 és d'1. Segons la fórmula de Taylor en podem deduir (ja que la tensió i les altres característiques de la corda són invariables en aquest experiment) que la freqüència del to emès per la corda més llarga és de 2/3. Constatarem que l'interval format pels dos tons és d'una quinta, i anomenarem Do el to de freqüència 1 i Fa el de freqüència 2/3. Pitàgoras, que ja s'havia donat compte de que s'obtenia una octava justa, dividint una corda tibada en dos segments iguals, definí la quinta justa com l'interval que s'obtenia fent sonar les dues terceres parts d'una corda. Recordem que l'interval de quinta de l'escala ben temprada està caracteritzat per una bona aproximació a la fracció 3/2, a saber 1,4983...

Subdividint successivament la corda en dues terceres parts, obtenim uns successió de tons, de tal manera que cada un d'ells forma una quinta amb el seu predecessor. Els primers set elements d'aquesta successió es solen anomenar Fa, Do, Sol, Re, La, Mi, Si.

Si reduïm aquestes notes a l'octava principal entre Do i la seva octava, dividint (o multiplicant) el valor numèric de la seva freqüència per les potències de 2 convenients i les ordenem per magnituds, obtenim la taula següent:

	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
Element de la successió	2	4	6	1	3	5	7	
Valor en l'escala	1	$\left(\frac{3}{2}\right)^2$	$\left(\frac{3}{2}\right)^4$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^3$	$\left(\frac{3}{2}\right)^5$	
Valor reduït	1	$\frac{3^2}{2^3}$	$\frac{3^4}{2^6}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{3^5}{2^7}$	2
Valor decimal	1	1,125	1,26562	1,33333	1,5	1,6875	1,89843	2
Valor comparatiu temprat	1	1,12246	1,25992	1,33483	1,49830	1,68179	1,88774	2

L'escala formada per aquests 7 tons pitagòrics correspon aproximadament a la nostra escala temprada diatònica, com ho demostra la comparança dels nombres decimals de la taula. Aquests set tons sols, però, no ofereixen cap possibilitat de modular les melodies. Com ho veurem tot seguit hi ha dos sistemes equivalents per a crear els tons alterats necessaris a la modulació a qualsevol de les tonalitats possibles.

Abans de tot analitzarem els intervals entre els tons successius de l'escala de Pitàgoras. Dividint la fracció característica de cada nota per la de la seva antecessora, ens donarem compte tot seguit, que només hi trobarem dos tipus d'intervals, el TO ENTER PITAGÒRIC, que equival a 9/8 (T en la representació esquemàtica) i l'anomenat LIMMA (t), que és més petit que la meitat d'un to pitagòric, i que correspon a la fracció 256/243. Recordem que la meitat d'un to es calcula com l'arrel quadrada de la fracció que caracteritza el to; en el nostre cas doncs l'arrel quadrada de 9/8. Així que la meitat del to enter pitagòric és de 1'06066 mentre que el limma és de 1'05349.

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
T	T	t	T	T	T	t	

Si volem transportar la nostra escala una quinta més amunt, començant-la per Sol, hem de trobar una successió de notes amb els intervals consecutius T, T, t, T, T, T, t. Trobarem:

Sol	La	Si	Do	Re	Mi	Fa #	Sol
T	T	t	T	T	T	t	

El valor de Fa # és el de Mi augmentat de T:

Mi (octava) = 81/32
T = 9/8
Fa # = 81/32 · 9/8 = 729/256

Reduït a l'octava el valor de Fa # és de 729/512 $= \frac{3^6}{2^9}$.

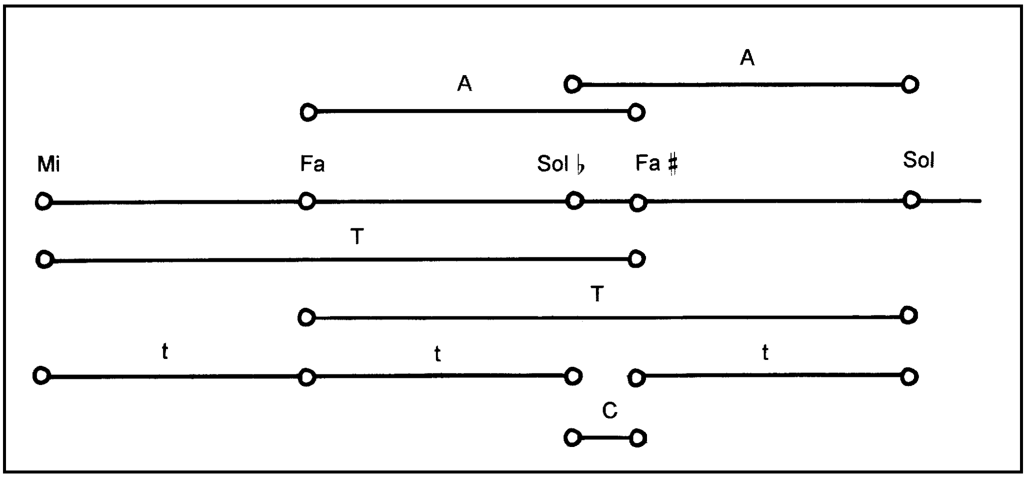
Anàlogament, començant l'escala amb Re (quinta del Sol), obtindrem el Do #, etc.

Si al contrari transportem l'escala una quinta avall, començant-la per la nota Fa, trobarem les notes següents:

Fa	Sol	La	Si ♭	Do	Re	Mi	Fa
T	T	t	T	T	T	t	

La (octava baixa) = 27/32
t = 256/243
Si ♭ = 27/32 · 256/243 = 8/9

Reduït a l'octava fonamental, el valor de Si ♭ és de 16/9.



Els intervals de l'escala pitagòrica

Remarquem aquí, que s'obté el mateix resultat, pujant el La d'un limma (**t**) com baixant el Do d'un to enter (**T**).

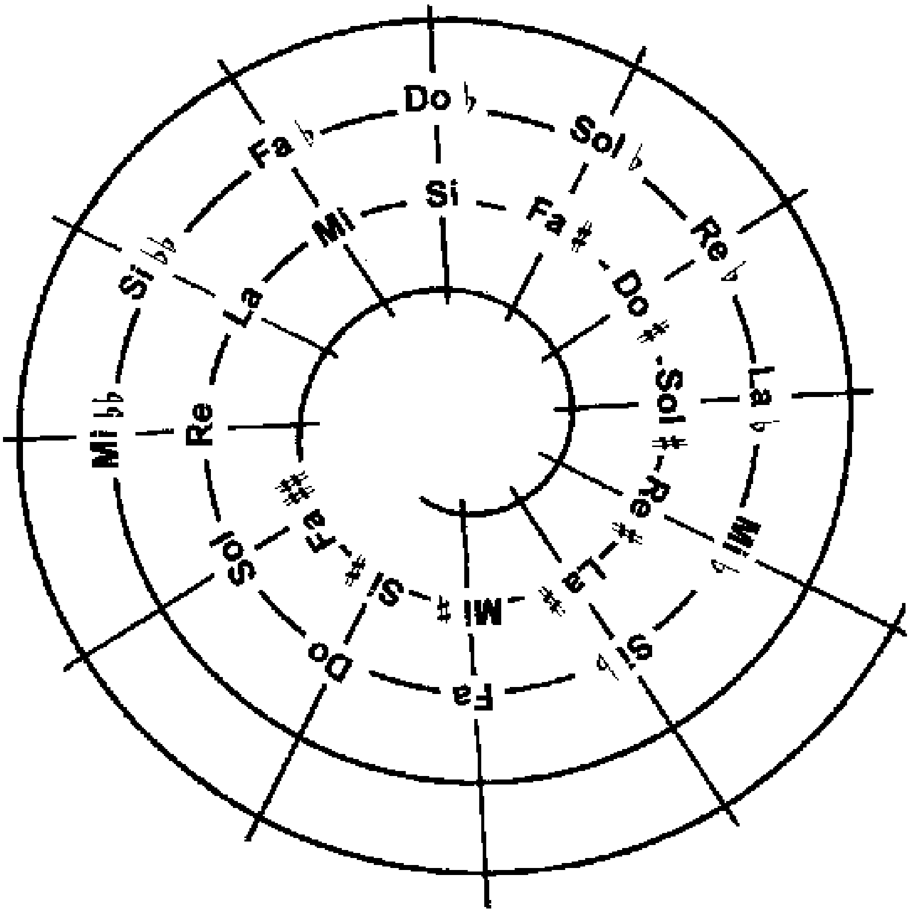
Anàlogament, iniciant l'escala amb Si ♭ (la quinta baixa de Fa), trobarem una nota nova, el Mi ♭, etc.

Un càlcul elemental ens demostrarà que l'interval entre una nota i la seva alteració (per exemple entre Fa i Fa #) té el valor de 2187/2048 $=\frac{3^7}{2^{11}}$, interval anomenat APÒTOME (A en la representació esquemàtica).

El gràfic ens il·lustre que en l'escala de Pitàgoras el Fa # i el Sol ♭ no coincideixen, com és el cas en l'escala . Si tenim dues notes consecutives de l'escala de Pitàgoras separades d'un to (T), entre la nota baixa sostinguda i la superior alterada per un bemoll, hi trobem un interval que s'anomena COMA DE PITÀGORAS i que té el valor numèric $\frac{3^{12}}{2^{19}}=\frac{531441}{524288}=1{,}01364...$

Si expressem els intervals característics de l'escala de Pitàgoras mitjançant la unitat logarítmica *cent*, trobem la següent situació:

	Fracció	**Valor decimal**	**Cent**
To pitagòric (T)	9/8	1,12500	203,91
Limma (t)	256/243	1,05349	90,224
Apòtome (A)	2187/2048	1,06787	113,68
Coma (CP)	531441/524288	1,01364	23,460



L'escala de Pitàgoras representada en forma d'espiral

Ara, sabent que entre una nota i la seva alteració (nota alterada per un bemoll o un díesi) hi trobem sempre l'interval d'un apòtome, ens és fàcil calcular l'alteració de qualsevol nota de l'escala de Pitàgoras. Si no en féssim prou amb les notes alterades senzillament, tampoc seria més difícil alterar les notes ja alterades, i trobaríem per exemple el Fa ## o el Si ♭♭, etc. Notarem, que per exemple el Mi # tampoc coincideix amb el Fa, com seria el cas en l'escala temprada. Aquí també, la diferència és d'una coma pitagòrica.

Dèiem que hi havia dos sistemes per a calcular les notes alterades. Contemplem doncs el problema des d'un altre punt de vista. Sobre el teclat d'un piano, a partir d'una nota qualsevol de l'octava principal [Do (3), Si (3)] reiterem el procés següent:

Augmentem el to d'una quinta.
busquem el to corresponen en l'octava principal.

Si reiterem aquests dos passos 12 vegades seguides, tornarem trobar la nota inicial. Es diu que el cercle de les quintes s'ha tancat. Si intentem executar el mateix procediment amb quintes naturals, com les que es fan servir en el sistema pitagòric, al cap de 12 reiteracions trobarem una petita diferència entre el to inicial i el final, que correspon a la coma de Pitàgoras. Així tenim una coma entre el Fa i el Mi # o entre el Do i el Si#. Aquí el cercle de les quintes no es tanca i podem anar calculant una infinitat de notes diferents.

Si partim del Fa, afegint-hi quintes obtenim successivament totes les notes sense alteracions. Al final arribem a la nota Si. Afegint una quinta a Si, obtenim el Fa #. Per a obtenir les notes reduïdes, anem rebaixant el Fa d'una quinta, per a obtenir successivament el Si ♭, el Mi ♭, etc...

D'aquí podem deduir, que totes les notes de l'escala de Pitàgoras tenen la forma $f = c \cdot \frac{2^m}{3^n}$, on c és una constant donada per la freqüència del to inicial, m i n són nombres enters, positius, negatius o zero. Es verifica fàcilment que $\frac{2^m}{3^n} = \frac{2^p}{3^q}$ implica m = p i n = q.

L'escala de Pitàgoras no està apropiada pels instruments d'afinació fixa, com són per exemple els instruments de teclat, ja que per permetre la modulació, s'hauria d'augmentar considerablement el nombre de tons disponibles de l'instrument. En canvi hi ha grans virtuosos del violí o del violoncel que defensen l'ús d'aquesta escala. Així mateix, mesuraments exactes d'enregistraments fonogràfics de grans mestres demostren que efectivament molts d'ells s'aproximen a l'escala de Pitàgoras.

L'ESCALA D'ARISTOXEN

Ja Arquites de Tarent (aprox. 430-360 aC) havia intentat construir una escala musical basant-se en el fet de que la majoria dels intervals estudiats per ell permetien una bona aproximació per la fórmula aritmètica $\frac{n+1}{n}$, on n és un nombre natural. En efecte trobem l'octava per n = 1, la quinta per n = 2, la quarta per n = 3, la tercera major, que en aquell moment estava considerada com a dissonant, per n = 4, trobem la tercera menor pel nombre 5 i el to pitagòric per n = 8. Sembla que Arquites no va resoldre el problema de construir la seva escala tal com se l'havia proposada, però sí va deixar una descomposició de la quarta formada per les quatre cordes del seu tetracord en tres interval (o notes) de la forma $\frac{n+1}{n}$: 10/9, 9/8 i 16/15.

S'atribueix a Aristoxen (350-300 aC, aprox.) la idea de basar la seva escala en la superposició de dos tetracords, de tal manera que cada un d'ells s'estén sobre una quarta i que la corda més alta i la més baixa del conjunt formen una octava. Si cada una de les quartes es descompon de la manera proposada per Arquites, trobem l'escala següent:

Do	Re	Mi	Fa		Sol	La	Si	Do
1	9/8	5/4	4/3		3/2	27/16	15/8	2

9/8	10/9	16/15	9/8	9/8	10/9	16/15

Remarquem que en aquesta escala hi podem trobar una quinta que no satisfà la raó 3/2. En efecte entre La i Mi hi ha un interval de

$$\frac{5}{4}:\frac{27}{32}=\frac{40}{27}=1{,}4814\,.$$

Des del punt de vista actual sobretot és notable la semblança que l'escala d'Aristoxen té amb la de Zarlino, que forma l'argument del proper apartat.

L'ESCALA DE ZARLINO

L'honor d'haver construït per primera vegada l'escala que es sol anomenar *escala dels físics* o també *escala natural* recau sobre el teòric de la música italià Giuseppe[1] Zarlino (1517-90) i per tant és usual de parlar de l'escala de Zarlino.

La conservació de tots els intervals característics de l'escala de Zarlino per part d'un instrumentista o d'un cantant, tant quan toca en una tonalitat com en una altra, s'anomena a vegades la *justa entonació.*

L'escala de Zarlino es basa en l'acord perfecte major (Do, Mi, Sol), notes que són triades entre els primers parcials harmònics de Do, cosa que els concedeix un grau màxim de consonància. S'ha de mencionar que Zarlino no coneixia encara la teoria dels parcials harmònics, que fou elaborada per Rameau i Sauveur més de cent anys després.

[1] En moltes fonts el trobem citat amb el nom de Gioseffo.

Els tres tons de l'escala harmònica que en formen els elements números 1, 3 i 5, reduïts a l'octava fonamental i ordenats per magnituds tenen els valor 1 (Do), 5/4 (Mi) i 3/2 (Sol). Les quatre notes que falten per a completar l'escala diatònica es poden trobar de la següent manera:

– Sol es considera la nota fonamental d'un acord major.

La nota Si, que forma tercera amb el Sol, es calcula: $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{8}$. La nota Re forma quinta amb el Sol: $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$. La reducció a l'octava fonamental ens dóna $\frac{9}{8}$.

– Do es considera la quinta d'un acord major.

Rebaixant el Do d'una quinta s'obté el Fa: $1 : \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$. La reducció a l'octava fonamental ens dóna $\frac{4}{3}$.

Augmentant aquesta última nota d'una tercera major, s'obté finalment el La: $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{3}$.

Resultat final:

<table>
<tr><td colspan="2">Do</td><td colspan="2">Re</td><td colspan="2">Mi</td><td colspan="2">Fa</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">Sol</td><td colspan="2">La</td><td colspan="2">Si</td><td colspan="2">Do</td></tr>
<tr><td colspan="2">1</td><td colspan="2">9/8</td><td colspan="2">5/4</td><td colspan="2">4/3</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">3/2</td><td colspan="2">5/3</td><td colspan="2">15/8</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">9/8</td><td colspan="2">10/9</td><td colspan="2">16/15</td><td colspan="4">9/8</td><td colspan="2">10/9</td><td colspan="2">9/8</td><td colspan="2">16/15</td><td></td></tr>
</table>

Notem que les diferències entre l'escala de Zarlino i la d'Aristoxen només resideixen en la distribució dels tons majors (9/8, T) i menors (10/9, T').

Abans d'exposar la fórmula que ens proposa Zarlino per a alterar les notes de la seva escala, haurem de parlar de la seva interpretació aritmètica de l'escala menor.

A l'època de Zarlino els acords menors eren considerats inferiors (d'aquí la paraula *menor*) als majors. Mentre que Zarlino feia servir les notes de l'escala harmònica per a legitimar l'acord major, feia servir l'escala de les notes aritmèticament recíproques per a justificar l'acord menor i de pas el seu sistema d'alteració de les notes. En els seus tractats teòrics, Zarlino distingeix entre *"Divisione Armonica"* (escala harmònica) i *"Divisione Aritmètica"* (escala recíproca). En efecte, si en lloc de contemplar els tons emesos per la meitat, la tercera part, la quarta part, etc. d'una corda, estudiem els tons que corresponen a una corda de llargada doble, triple, quàdruple, etc. trobem les notes següents:

1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, ...

Reducció a l'octava fonamental:

1, 2, 4/3, 1, 8/5, 4/3, 8/7, ...

Els elements números 2, 3 i 5, ordenats per magnitud, formen un acord menor: 4/3, 8/5, 2. Ja sabem que 4/3 correspon a la nota Fa, i que 2 representa el Do. La fracció 8/5 correspon doncs a la nota La ♭. Si calculem el quocient entre La i La ♭, trobem:

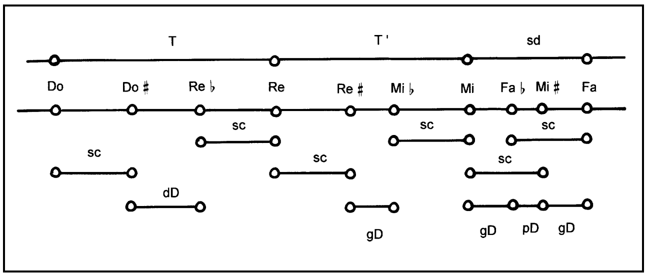
$$5/3 : 8/5 = 5/3 \cdot 5/8 = 25/24$$

Aquí ja tenim la regla general per l'alteració de les notes de l'escala de Zarlino: La díesi de qualsevol nota s'obté multiplicant la seva fracció característica (és a dir la que té el valor 1 en el cas del Do) per 25/24. Per obtenir la nota alterada pel bemoll de qualsevol nota de l'escala, hem de multiplicar amb 24/25 (o dividir per 25/24, que és el mateix).

A partir de les regles exposades fins aquí és fàcil de calcular el valor de qualsevol nota, natural o alterada, de l'escala de Zarlino. L'estudi dels intervals entre els elements d'aquesta escala, però, és molt més complicada que en el cas de l'escala Pitagòrica. A continuació presentarem els intervals més característics de l'escala de Zarlino.

Simbolitzarem amb T EL TO MAJOR (9/8), amb T' EL TO MENOR (10/9) i amb SD EL SEMITÒ DIATÒNIC (16/15). La diferència entre el to major, T i el to menor, T', s'anomena COMA DE DÍDIM (símbol CD) i té el valor de 81/80:

$$9/8 : 10/9 = 9/8 \cdot 9/10 = 81/80$$



Intervals de l'escala de Zarlino

Escala de Zarlino

T	sc
	dD
	sc
T'	sc
	gD
	sc
sd	gD
	pD
	gD
T	sc
	dD
	sc
T'	sc
	gD
	sc
T	sc
	dD
	sc
sd	gD
	pD
	gD

Nota	Fracció	Decimals	Cents
Do	1	1,0000	0,0000
Do #	25/24	1,0416	70,672
Re ♭	27/25	1,08	133,23
Re	9/8	1,125	203,91
Re #	75/64	1,1718	274,58
Mi ♭	6/5	1,2	315,64
Mi	5/4	1,25	386,31
Fa ♭	32/25	1,28	427,47
Mi #	125/96	1,3020	456,98
Fa	4/3	1,3333	498,04
Fa #	25/18	1,3888	568,71
Sol ♭	36/25	1,44	631,28
Sol	3/2	1,5	701,95
Sol #	25/16	1,5625	772,62
La ♭	8/5	1,6	813,68
La	5/3	1,6666	884,35
La #	125/72	1,7361	955,03
Si ♭	9/5	1,8	1017,5
Si	15/8	1,875	1088,2
Do ♭	48/25	1,92	1129,3
Si #	125/64	1,953	1158,9
Do	2	2	1200

La fracció 25/24 que serveix per a alterar les notes de l'escala, representa la diferència entre un to menor i un semitò diatònic.

$$10/9 : 16/15 = 25/24$$

L'interval representat per aquesta fracció s'anomena aquí el SEMITÒ CROMÀTIC (SC) de Zarlino.

La diferència entre el to major i el semitò diatònic es sol anomenar el GRAN LIMMA (GL), i té el valor numèric:

$$9/8 : 16/15 = 135/128$$

En principi els intervals exposats fins aquí basten de sobres per a expressar qualsevol interval de l'escala de Zarlino. No obstant es solen introduir encara uns altres intervals, a saber, la PETITA DÍESI, la GRAN DÍESI i la DOBLE DÍESI.

Dintre d'un interval d'un semitò diatònic (per exemple [Mi, Fa]), l'interval entre les respectives alteracions de les notes que delimiten l'interval (per exemple Mi # i Fa♭) es sol anomenar PETITA DÍESI (pD), i té el valor 3125/3072. Notem que al contrari del que passa en els intervals de to major i menor, el Fa ♭ és més baix que el Mi #[1].

En els intervals de to menor, l'equivalent a la petita díesi s'anomena gran díesi (gD) i té el valor 128/125[2].

En els intervals de to major, la diferència entre les notes alterades s'anomena DOBLE DÍESI (dD) i té el valor 648/625.

El semitò cromàtic és la suma de la gran díesi i de la petita díesi. És fàcil demostrar que la doble díesi és la suma d'una gran díesi i d'una coma de Dídim.

Degut als tres tipus de notes de l'escala de Zarlino, els intervals majors tampoc són homogenis: Hi trobem per exemple tres tipus de quintes: La quinta anomenada natural 3/2 entre Do i Sol; la quinta 40/27 entre Re i La; i finalment la quinta 45/32 entre Si i Fa.

Seria inútil elaborar una llista de tots els intervals de l'escala de Zarlino, que queda bastant il·lustrada per la figura acompanyant que ensenya la distribució dels intervals en un to major [Do, Re], un to menor [Re, Mi] i un semitò diatònic [Mi, Fa].

---

[1] Entre Mi i Fa ♭ o entre Mi # i Fa hi trobem l'interval d'una gran díesi, terme que s'explica a continuació.

[2] En alguns tractats aquest interval s'anomena *quart de to.*

Els valors numèrics dels intervals de la figura estan resumits en la taula següent:

Símbol	Fracció	Nom	Definició	Cents
T	9/8	To major		203,91
T'	10/9	To menor		182,40
sd	16/15	Semitò diatònic		111,73
Cd	81/80	Coma de Dídim	T : T'	21,506
sc	25/24	Semitò cromàtic	T' : sd	70,672
gl	135/128	Gran limma	T : sd	92,178
pD	3125/3072	Petita díesi	[Fa ♭, Mi #]	29,613
gD	128/125	Gran díesi	[Re #, Mi ♭]	41,058
dD	648/625	Doble díesi	[Do #, Re ♭]	62,565

TRANSPOSICIÓ

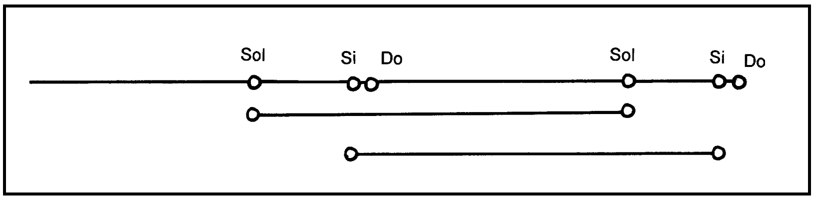
L'escala de Zarlino permet la transposició a qualsevol tonalitat desitjada, però com ho veurem tot seguit, sorgeix una dificultat que era inexistent en el sistema de Pitàgoras; una mateixa nota no ha de ser necessàriament idèntica en les escales de dues tonalitats diferents. Així per exemple el La de l'escala de Sol major és una coma més alt que el que correspon a l'escala de Do major. En aquest cas el La es podria simbolitzar com a La (+Cd). En aquest fet resideix la dificultat d'utilitzar l'escala de Zarlino pels instruments d'afinació fixa. Posem l'exemple d'un flautista que tingués la flauta perfectament afinada amb l'escala de Zarlino, en Do major. Si toca una peça escrita en Sol, un oïdor dotat d'una oïda extremadament fina notaria que el La de la flauta és (una mica) fals.

Calcularem a continuació els valors de l'escala de Zarlino modulada a Sol major i a Si major, tal com estan representats gràficament en l'esquema:

SOL MAJOR:

A partir de quintes successives podem deduir que la nota Fa es converteix en Fa #.

	Sol	3/2
T		
	La	3/2 · 9/8 = 27/16
T'		
	Si	27/16 · 16/9 = 15/8
sd		
	Do	15/8 · 16/15 = 2; reduït a l'octava: 1
T		
	Re	1 · 9/8 = 9/8
T'		
	Mi	9/8 · 10/9 = 5/4
T		
	Fa #	5/4 · 9/8 = 45/32
sd		
	Sol	45/32 · 16/15 = 3/2



Transposició a Sol major i a Si major

El Fa natural s'obté de la següent manera:

Fa = FA # ♭ = 24/25 · 45/32 = 27/20.

SI MAJOR:

A partir de quintes successives podem deduir que aquí Fa, Do, Sol, Re i La s'alteren.

	Si	15/8
T		
	Do #	15/8 · 9/8 = 135/64; reduït a l'octava: 135/128
T'		
	Re #	135/128 · 10/9 = 75/64
sd		
	Mi	75/64 · 16/15 = 5/4
T		
	Fa #	5/4 · 9/8 = 45/32
T'		
	Sol #	45/32 · 10/9 = 25/16
T		
	La #	25/16 · 9/8 = 225/128
Sd		
	Si	225/128 · 16/15 = 15/8

Aquí també les notes alterades es poden calcular: N = N #♭. En Sol major trobem un La i un Fa # més alts d'una coma, mentre que en Si major el Do #, el Fa # i el La # són més alts d'una coma que en Do major.

Sistema Mercator-Holder

En el segle XVII, independentment l'un de l'altre, dos investigadors crearen un sistema per a aproximar l'escala de Pitàgoras mitjançant la subdivisió de l'octava en 53 comes, que en aquest sentit anomenarem comes de Mercator (CM), amb el valor de la cinquanta tercera arrel de dos. Un dels dos inventors del sistema, que més endavant es solia anomenar l'escala dels músics era l'anglès William Holder (1614-96), l'altre era l'alemany conegut pel nom de Nicolaus Mercator, llatinització de Kauffmann, el cèlebre matemàtic i astrònom, a qui devem entre altres coses una àmplia investigació en el camp de les sèries convergents i dels logaritmes.

Mercator va trobar la sèrie

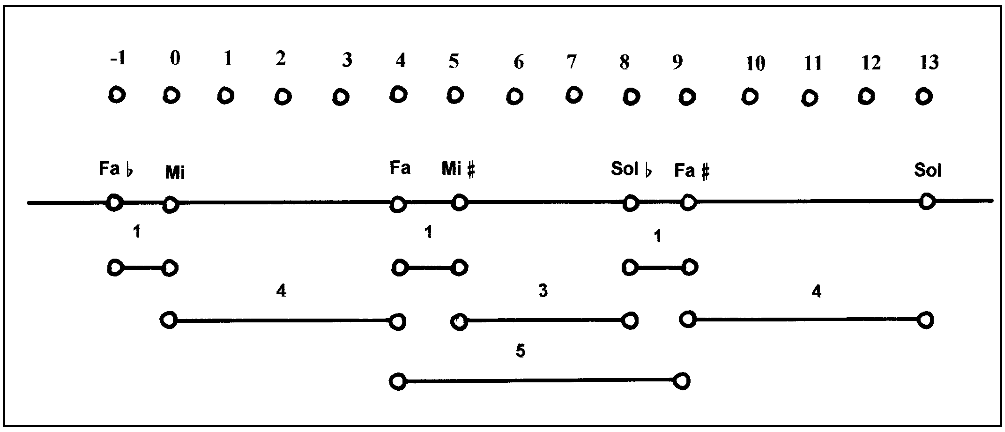
$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots$$

abans de la famosa fórmula de Taylor, i va escriure el llibre *Logarithmotechnia*.

En el sistema de Mercator i de Holder, el to enter està subdividit en 9 microintervals anomenats comes de Mercator, el valor de les quals és la cinquanta tercera arrel de dos (1,0131...). El semitò diatònic (entre Si i Do, per exemple) correspon a 4 CM i el semitò cromàtic ([Si ♭, Si] o [Fa, Fa #]) a 5 CM. L'octava està doncs formada per

$$5 \cdot 9 + 2 \cdot 4 = 53$$

comes de Mercator. Contemplem gràficament, com en el cas de l'escala de Pitàgoras, l'interval [Mi, Sol]:



Interval de l'escala de Mercator

Comparem els valors numèrics dels intervals de l'escala de Pitàgoras i de la de Mercator-Holder:

Interval Pitagòric	Cents	Interval corresponent en el sistema de Mercator	Nombre de comes	Cents	Diferència en cents
Limma	90,224	Semitò diatònic	4	90,566	0,34104
Apòtome	113,68	Semitò cromàtic	5	113,20	0,47745
To (de P.)	203,91	To (de M)	9	203,77	0,13641
Tercera	407,82	Tercera	18	407,54	0,27283
Quinta	701,95	Quinta	31	701,88	0,068208

Ara sorgeix la pregunta: Per què en el sistema Mercator-Holder, l'octava està subdividida justament en 53 comes i no pas en un altre nombre de microintervals? Com ho van fer aquests investigadors per a trobar precisament el nombre 53?

Exposarem a continuació dos camins per assolir aquest resultat, ambdós ja a l'abast dels científics del segle XVII.

PRIMER PROCEDIMENT

Imaginem-nos primer un sistema en els quals els tons enters contenen r + s comes, els semitons cromàtics en contenen r i els semitons diatònics en contenen s. Segons els valors de r i de s obtindrem diferents valors per la coma. Contemplem gràficament la situació per r més gran que s:

L'octava conté doncs	$5 \cdot r + 7 \cdot s$ comes
La quinta conté	$3 \cdot r + 4 \cdot s$ comes
La tercera conté	$2 \cdot r + 2 \cdot s$ comes

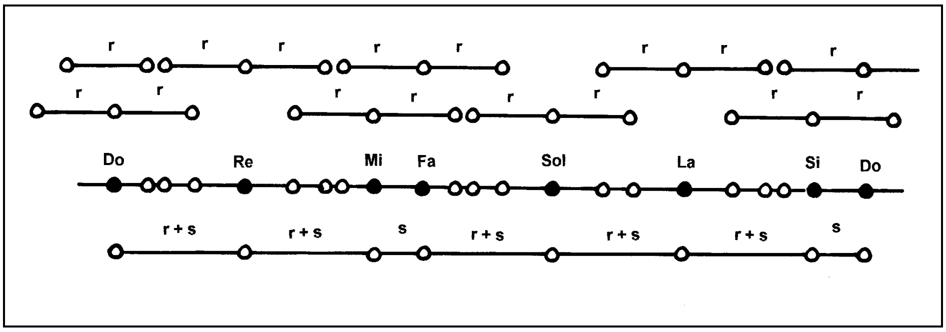
r no ha de ser necessàriament més gran que s, sinó que pot ser més petit o àdhuc igual.

Ara podem calcular sistemàticament els diferents casos que es donen, agafant nombres enters petits per r i s. Aquí ens limitarem als casos en els quals el màxim divisor comú de r i de s és 1 i en els quals r és més gran que s.

r	2	3	4	...	3	5	...	4	5	...	5	7	...
s	1	1	1		2	2		3	3		4	4	

Per a cada parella (r, s) podem calcular els valors que corresponen a la coma, als semitons diatònic i cromàtic, al to enter, a la tercera i a la quinta.

De tots els casos calculats aquí, el cas (r, s) = (5, 4) és el que dóna la quinta més pura, ja que es desvia de menys de la dècima part d'un *cent* de la quinta pitagòrica amb el valor 3/2. També són molt bones les aproximacions obtingudes per l'apòtome (aquí el semitò cromàtic), el limma (aquí semitò diatònic), el to pitagòric (aquí to enter) i la tercera.



Construcció de l'escala de Mercator

Qualsevol aproximació més satisfactòria a l'escala de Pitàgoras ha de subdividir l'octava en un nombre superior de comes. Com ho veurem en la discussió de la segona manera de trobar el nombre 53, el proper nombre que milloraria l'aproximació és el 306; si considerem que el 53 ja resulta massa gran per imposar-se en la pràctica de la construcció d'instruments de teclat, és obvi que la subdivisió en 306 comes no seria res més que un entreteniment teòric.

Taula de Mercator

		Valors en cents					
r, s	Nombre de comes en una octava	Coma	Semitò cromàtic	Semitò diatònic	To enter	Tercera	Quinta
2, 1	17	70,588	141,17	70,588	211,76	423,52	705,88
3, 1	22	54,545	163,63	54,545	218,18	436,36	709,09
4, 1	27	44,444	177,77	44,444	222,22	444,44	711,11
3, 2	29	41,379	124,13	82,758	206,89	413,79	703,44
5, 2	39	30,769	153,84	61,538	215,38	430,76	707,69
4, 3	41	29,268	117,07	87,804	204,87	409,75	702,43
5, 3	46	26,086	130,43	78,260	208,69	417,39	704,34
5, 4	**53**	22,641	113,2	90,566	203,77	407,54	701,88
7, 4	63	19,047	133,33	76,190	209,52	419,04	704,76
Valors comparatius de l'escala de Pitàgoras		Coma de P. **CP**	Apòtome **A**	Limma **t**	To Pitagòric **T**	Tercera de Pitàgoras	Quinta de Pitàgoras
		23,460	113,68	90,224	203,91	407,82	701,95

En la nostra deducció només hem contemplat els casos pels quals r és més gran que s. Els casos en els quals r és més petit que s permeten trobar certes aproximacions a l'escala de Zarlino.

Els casos r = s són els de temprament igual. Quan r = s = 1, tenim el cas del temprament més utilitzat en música, que divideix l'octava en 12 intervals idèntics, com és el cas en un piano modern ben afinat.

Per r = s = 2 tenim els quarts de tons de Haba, per r = s = 3 trobem sextes de tons, tal com els pregonava Busoni, per exemple.

Tot i que l'escala de 53 comes no es va poder imposar mai en la pràctica, els músics encara solen dir que un to equival a 9 comes, afirmació que en el sentit estricte de la paraula només és correcte quan es parla del sistema de 53 de Mercator-Holder, tot i que 9 comes de Pitàgoras aproximen bastant bé a un to pitagòric, i que nou comes de Dídim també formen una bona aproximació a un to menor de Zarlino.

SEGON PROCEDIMENT

El segon mètode per a trobar el nombre 53 com a nombre ideal per a la partició d'una octava en comes, parteix de la minimització de l'interval corresponent a la coma de Pitàgoras.

Ja que la quinta, després de l'octava, és l'interval més consonant de la nostra oïda, interessa que en una escala musical totes les quintes formin bones aproximacions al valor 3/2. Si en el sistema de Pitàgoras superposem 12 quintes a partir d'una nota qualsevol (amb la freqüència 1), i d'alta banda superposem 7 octaves a la mateixa nota, trobarem dos notes que es diferenciaran d'un petit interval, conegut com a coma de Pitàgoras, amb el valor $\frac{3^{12}}{2^{19}}$. En l'escala de temprament igual, aquesta coma es reparteix equitativament sobre cada una de les dotze quintes successives. Si la coma de Pitàgoras fos més petita, les quintes de l'escala de temprament igual s'aproximarien encara més al valor ideal 3/2. La idea és doncs la següent:

Hem d'intentar de trobar uns nombres naturals p i q de tal manera que l'interval entre un to augmentat de p quintes i el mateix to augmentat de q octaves, fos mínim.

Com s'ha de procedir per a determinar els nombres p i q òptims? Si es disposa d'una computadora electrònica (no fou aquest el cas de Mercator i Holder) o de molta paciència, es pot anar completant la taula següent fins a arribar a uns valors satisfactoris (de valor aproximat a 1, en terminologia lineal, o de 0, en terminologia logarítmica). Entre els primers valors que s'han calculat i tabulat, destaca el valor p = 12, que ens dóna la coma de Pitàgoras. Aquí es fa patent que el nombre de 12 (semi-)tons en la moderna escala temprada no és arbitrari.

p	q	Primer to	Segon to	Coma	V. decimal	Cents
1	1	3/2	2	4/3	1,3333	498,04
2	1	9/4	2	9/8	1,125	203,91
3	2	27/8	4	32/27	1,1851	294,13
4	2	81/16	4	81/64	1,2656	407,82
5	3	243/32	8	256/243	1,0534	90,224
6	4	729/64	16	1024/729	1,4046	588,26
7	4	$\frac{2187}{128}$	16	$\frac{2187}{2048}$	1,0678	113,68
8	5	$\frac{6561}{256}$	32	$\frac{8192}{6561}$	1,2485	384,35
9	5	$\frac{19683}{512}$	32	$\frac{19683}{16384}$	1,2013	317,59
10	6	$\frac{59049}{1024}$	64	$\frac{65536}{59049}$	1,1098	180,44
11	6	$\frac{177147}{2048}$	64	$\frac{177147}{131072}$	1,3515	521,5
12	7	$\frac{531441}{4096}$	128	$\frac{531441}{524288}$	1,0136	23,460
13	8	$\frac{1594323}{8192}$	256	$\frac{2097152}{1594323}$	1,3153	474,58
...						

Però evidentment no era pas calculant amb obstinació tots els valors dels intervals formats entre les successives quintes i les octaves que tenen més a prop, que Holder i Mercator, persones intel·ligents, van trobar el seu sistema de 53 comes. Hem de tenir en compte que això hauria representat una feina enorme, ja que la creixença de les potències de 2 i de 3 aniria complicant més i més els càlculs. Per exemple 2^{25} ja és un nombre de 8 decimals.

En el segle XVII els científics ja disposaven dels logaritmes, introduïts el segle anterior per John Napier o Neper (1550-1617) i Jost Bürgi (1552-1632), i del càlcul amb fraccions contínues, tècnica que es remunta al matemàtic italià Bombelli (1522(?)-1572).

El nostre problema es pot formular de la següent manera: Cal buscar p i q tal que $\left(\frac{3}{2}\right)^p$ sigui una bona aproximació de 2^q. Si fos possible de trobar una coma idèntica a 1 (a 0 en terminologia logarítmica), doncs en el cas límit, que no pot ésser assolit mai, ja que una potència amb exponent positiu de 2 no pot ser mai idèntica amb una potència de 3, tindríem $\left(\frac{3}{2}\right)^p = 2^q$, que es pot transformar en $3^p = 2^{p+q}$. Agafant el logaritme de les dues bandes d'aquesta equació, trobem:

$$p \cdot \log 3 = (p + q) \cdot \log 2$$

$$\frac{p}{p+q} = \frac{\log 2}{\log 3}$$

Si el nombre $\frac{\log 2}{\log 3}$ es pogués exprimir com a quocient de dos nombres enters p i (p + q), la nota augmentada de p quintes equivaldria exactament a la nota augmentada de q octaves; aquest cas, però, és impossible, ja que el quocient $\frac{\log 2}{\log 3}$ és irracional. D'aquí també es pot deduir la impossibilitat d'eliminar el problema que ens crea la coma. Tot i que la situació límit no existeix, tenim la possibilitat d'aproximar-la a voluntat. Per a aquest fi disposem del càlcul amb fraccions contínues, que sigui presentat breument aquí.

Una fracció F de la forma

$$F = P_1 + \cfrac{1}{P_2 + \cfrac{1}{P_3 + \cfrac{1}{P_4 + \ldots + \cfrac{1}{P_K + \ldots}}}}$$

en la qual tots els P_i són nombres naturals (incloent-hi el zero), s'anomena una fracció contínua. Aquesta pot ser limitada o il·limitada. Per raons pràctiques simbolitzarem la nostra fracció F de la forma:

$$F = [P_1, P_2, P_3, \ldots, P_k, \ldots]$$

Les fraccions contínues permeten aproximar successivament qualsevol nombre real (racional o irracional) en forma de quocients de dos nombres enters.

Vet aquí la tècnica d'aproximació d'un nombre real, R:

Primer procedim a calcular els P_i necessaris a les nostres aproximacions. Qualsevol aproximació s'obtindrà limitant-nos a tenir en compte només els primers n elements P_i, prescindint dels altres. O bé, amb altres paraules: obtindrem la n-esima aproximació, posant P_i a zero per tots els i més grans que n.

Acabat l'expressió obtinguda es calcula segons les regles del càlcul amb fraccions.

Estudiem aquesta tècnica mitjançant la descomposició del nombre 2,15 en una fracció contínua. P_1 és la part íntegra de R, i forma al mateix temps la primera aproximació de R. La part íntegra de 2,15 és 2.

S'escriu R com a suma de P_1 i d'una fracció que té 1 en el nominador i el valor recíproc de la resta (de 0,15 en el nostre exemple) en el denominador. En el nostre exemple, el denominador serà 6,6666... Aquest denominador es tornarà a descompondre en la seva part íntegra (6 en el nostre exemple) i la resta (0,6666...). La part íntegre representarà el proper P_i; el valor recíproc de la resta formarà el denominador de la propera fracció i s'haurà de descompondre en la seva part íntegre i la resta, etcètera.

Hem adjuntat un apèndix que discuteix la manera de programar la descomposició d'una fracció en una fracció contínua. En aquest apèndix anomenat 'UN PROGRAMA EN PASCAL' s'inclou un sistema que permet efectuar operacions aritmètiques amb nombres enters de qualsevol magnitud.

En el cas de R=2,15 obtindrem la fracció contínua següent:

F=[2,6,1,2]

Si calculem les aproximacions successives del nostre exemple segons les regles tradicionals del càlcul amb fraccions, obtenim:

Aproximació Número	Fracció	Valor decimal
1	2	2
2	13/6	2,1666
3	15/7	2,1428
4	43/20	2,15

En el cas dels nombres racionals, l'última "aproximació" és sempre idèntica al nombre.

<u>EXEMPLE:</u> La descomposició de l'arrel de 2 (1,41421356...) en una fracció contínua ens dóna el resultat següent:

F = [1, 2, 2, 2, 2, ...]

Aproximació Número	Fracció	Valor decimal
1	1	1
2	3/2	1,5
3	7/5	1,4
4	17/12	1,4166
5	41/29	1,4137

EXEMPLE: La secció àuria, donada per $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}6180339...$ ens dóna:

F = [0, 1, 1, 1, 1, ...]

Aproximació Número	Fracció	Valor decimal
1	0/1	0
2	1/1	1
3	1/2	0,5
4	2/3	0,666...
5	3/5	0,6

Observem que tant els nominadors com els denominadors de les successives aproximacions transcorren els elements de la progressió de Fibonacci[1].

EXEMPLE: La descomposició de Pi (3,1415926...) en una fracció contínua ens dóna:

Aproximació Número	Fracció	Valor decimal
1	3	3
2	22/7	3,142857
3	333/106	3,141509
4	355/113	3,141592

L'objectiu d'aquesta petita excursió en el camp de les fraccions contínues era de poder trobar aproximacions racionals consecutives al valor $\frac{p}{p+q} = \frac{\log 2}{\log 3} = 0{,}630929753...$

Remarquem aquí que el valor del quocient és independent del sistema de logaritmes que es fa servir. Si desenvolupem aquest valor en una fracció contínua, trobem els valors següents pels P_i:

F = [0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 5, 2, 23, 2, 2, ...]

Les 13 primeres aproximacions estan representades en la taula següent:

[1] També anomenat Leonardo di Pisa o Leonardo Pisano.

Aproximació Número	Fracció	Quintes	Octaves	Coma
1	0	-	-	-
2	1	1	0	701,96
3	1/2	1	1	498,04
4	2/3	2	1	203,91
5	5/8	5	3	90,224
6	12/19	**12**	7	23,460
7	41/65	41	24	19,844
8	53/84	**53**	31	3,6150
9	306/485	306	179	1,7697
10	665/1054	665	389	0,075575
11	$\frac{1560}{24727}$	15601	9126	0,031520
12	$\frac{31867}{50508}$	31867	18641	0,012534
13	$\frac{79335}{125743}$	79335	46408	0,0064515

Recordem que els nominadors de les fraccions representen el nombre de quintes superposades, mentre que els denominadors representen la suma del nombre de quintes i d'octaves. L'última columna indica el valor en *cents* de la coma que tindria cada un dels sistemes.

La taula, que ha estat calculada amb el full de càlcul *StarCalc 5.1* del programa *StarOffice v.5.1a* de *Sun Microsystems, Inc.*, representa els valors numèrics de l'escala de Mercator. El programa s'ha descarregat gratuïtament de la pàgina web següent:

www.sun.com/download/

Potència	Nota	Raó per Do=1	Freqüència per La=440	Interval amb Do en cents
51	Mi ♭♭♭♭	1,948365	508,078246	1154,716981
29	Si ♭♭♭♭	1,461216	381,043671	656,603774
7	Fa ♭♭♭	1,095869	285,771494	158,490566
38	Do ♭♭♭	1,643739	428,640353	860,377358
16	Sol ♭♭♭	1,232756	321,467599	362,264151
47	Re ♭♭♭	1,849061	482,182401	1064,150943
25	La ♭♭♭	1,386741	361,622553	566,037736
3	Mi ♭♭♭	1,040015	271,206229	67,924528
34	Si ♭♭♭	1,559960	406,793317	769,811321
12	Fa ♭♭	1,169924	305,082967	271,698113
43	Do ♭♭	1,754817	457,606422	973,584906
21	Sol ♭♭	1,316061	343,191295	475,471698
52	Re ♭♭	1,974014	514,766660	1177,358491
30	La ♭♭	1,480452	386,059785	679,245283
8	Mi ♭♭	1,110295	289,533431	181,132075
39	Si ♭♭	1,665377	434,283036	883,018868
17	Fa ♭	1,248984	325,699445	384,905660
48	Do ♭	1,873402	488,529919	1086,792453
26	Sol ♭	1,404996	366,383004	588,679245
4	Re ♭	1,053705	274,776427	90,566038
35	La ♭	1,580496	412,148402	792,452830
13	Mi ♭	1,185325	309,099123	294,339623
44	Si ♭	1,777918	463,630418	996,226415
22	Fa	1,333386	347,709114	498,113208
0	Do	1	260,771561	0
31	Sol	1,499941	391,141931	701,886792
9	Re	1,124911	293,344891	203,773585
40	La	1,687301	**440**	905,660377
18	Mi	1,265426	329,986999	407,547170
49	Si	1,898064	494,960997	1109,433962
27	Fa #	1,423492	371,206122	611,320755
5	Do #	1,067577	278,393623	113,207547
36	Sol #	1,601302	417,573982	815,094340
14	Re #	1,200929	313,168148	316,981132
45	La #	1,801323	469,733715	1018,867925
23	Mi #	1,350939	352,286406	520,754717
1	Si #	1,013164	264,204395	22,641509
32	Fa ##	1,519686	396,290979	724,528302
10	Do #	1,139720	297,206525	226,415094
41	Sol ##	1,709512	445,792223	928,301887
19	Re ##	1,282084	334,330995	430,188679
50	La ##	1,923050	501,476734	1132,075472
28	Mi ##	1,442231	376,092733	633,962264
6	Si ##	1,081630	282,058437	135,849057
37	Fa ###	1,622382	423,070986	837,735849
15	Do ###	1,216738	317,290738	339,622642
46	Sol ###	1,825036	475,917357	1041,509434
24	Re ###	1,368723	356,923955	543,396226
2	La ###	1,026502	267,682420	45,283019
33	Mi ###	1,539692	401,507810	747,169811
11	Si ###	1,154723	301,118994	249,056604
42	Fa ####	1,732017	451,660696	950,943396
20	Do ####	1,298961	338,732176	452,830189
51	Sol ####	1,948365	508,078246	1154,716981

La taula següent ens mostra com s'ha construït el full de càlcul. Les fletxes ens ensenyen en quina direcció s'han de copiar les cèl·lules per a completar el full.

	A	B	C	D	E	F
26		▲	▲	▲	▲	▲
27		▲	=CONCATENATE(C34;A30)	▲	▲	▲
28		MOD(B29+22;53)	Fa	▲	▲	▲
29		0	Do	=(2^(1/53))^B30	▲	▲
30	♭	MOD(B29+31;53)	Sol	▼	▲	▲
31	♯	▼	Re	▼	=E$32*(2^(1/53))^(B31-B$32)	▲
32		▼	La	▼	440	1200*(LOG10(D32)/LOG10(2))
33		▼	Mi	▼	=E$32*(2^(1/53))^(B33-B$32)	▼
34		▼	Si	▼	▼	▼
35		▼	=CONCATENATE(C28;A31)	▼	▼	▼
36		▼	▼	▼	▼	▼

La tradició ha creat els noms següents per les principals escales musicals que hem contemplat aquí:

Escala de Pitàgoras	Escala dels violinistes
Escala de Zarlino	Escala dels físics
Escala de Mercator-Holder	Escala dels músics
Escala de temprament igual	Escala dels pianistes

Aquest capítol no pretén oferir un resum general sobre el vast camp de les escales musicals i els sistemes de temprament; aquí només s'han triat uns quants dels sistemes més importants com a introducció en aquesta matèria. Hi ha literatura especialitzada en el tema que porta molt més enllà[1].

[1] Anomenarem aquí les obres següents:
Blackwood, Easly, *The Structure of Recognisable Diatonic Tunings*. Princeton, 1985.
Gandillot, Maurice, *Essai sur la gamme*. Gauthier-Villars, Paris, 1906.
Isacoff, Stuart, *Temperament: The Idea That Solved Music's Greatest Riddle,* Ed. Alfred A. Knopf.

Abreviacions utilitzades en aquest capítol		
Símbol	Concepte	Sistema
T	To enter 9/8	P i Z
t	Limma	P
A	Apòtome	P
CP	Coma de Pitàgoras	P
T'	To menor 10/9	Z
sd	Semitò diatònic 16/15	Z
sc	Semitò cromàtic 24/25	Z
Cd	Coma de Dídim	Z
gl	Gran limma	Z
pD	Petita díesi	Z
gD	Gran díesi	Z
dD	Doble díesi	Z
CM	Coma de Mercator	53

Jorgensen, Owen H., Tuning, Containing The Perfection of Eighteenth-Century Temperament, The Lost Art of Nineteenth-Century Temperament and The Science of Equal Temperament, Michigan State University Press, East Lansing, 1991.

Neumaier, Wilfried, *Was ist ein Tonsystem?* Peter Lang, Frankfurt am Main, 1986.

Piles Estellés, Jaime, *Intervalos y gamas.* Valencia, 1982.

INSTRUMENTS ELECTROACÚSTICS

Un llibre que té com a objecte principal la producció i la percepció dels fenòmens sonors musicals no estaria ben acabat si no inclogués almenys un petit apartat dedicats als instruments electroacústics i electrònics (com ho veurem acte seguit, els dos conceptes no són sinònims).

La diferència entre un instrument electroacústic i un instrument electrònic no queda pas sempre ben clara. Normalment es qualifica D'ELECTROACÚSTIC un instrument, en el qual els sons estan generats per medis propis de l'acústica clàssica, per a poder amplificar-los electrònicament, mentre que en l'instrument ELECTRÒNIC, la producció del so s'efectua de manera electrònica, sense producció d'ones acústiques. Evidentment hi ha casos intermediaris.

Malauradament els termes propis a la producció del so no es deixen traspassar al camp de les tècniques de la composició musical: la música basada en la manipulació de sons obtinguts per medis acústics tradicionals gravats sobre cinta magnètica no es sol anomenar música electroacústica, com semblaria lògic, sinó que es coneix pel nom de MÚSICA CONCRETA, segons el suggeriment d'un dels principals capdavanters d'aquest estil musical, Pierre Schaeffer. Els creadors de música concreta parteixen dels sons emesos per objectes d'ús diari, generalment de sorolls, els graven sobre conta magnètica i finalment fan una mena de *collage* amb els sons recollits, sovint després d'haver-los manipulat electrònicament. L'era de la música concreta esdevingué possible gràcies a la comercialització dels primers magnetòfons a finals dels anys 1940, ja que el material sonor gravat sobre discos no es presta a ésser muntat, i el que es grava sobre pel·lícula cinematogràfica, per exemple pel procediment de Vogt, conegut des dels anys 1920, és alhora massa car i massa lent en la seva elaboració.

S'ANOMENA MÚSICA ELECTRÒNICA la que empra exclusivament sons generats electrònicament. La combinació de les tècniques pròpies de la musica concreta i de la música electrònica es sol anomenar MÚSICA ELECTROACÚSTICA.

Finalment es va crear la MÚSICA CIBERNÈTICA o de computadora, els sons de la qual són calculats digitalment per un ordinador.

Però tornem als nostres instruments electroacústics i electrònics. Un dels instruments electroacústics més populars és la GUITARRA ELÈCTRICA. Les guitarres elèctriques es van començar a comercialitzar a partir de 1935 aproximadament. Tenim aquí un típic exemple d'un instrument electroacústic, ja que les vibracions estan produïdes per un medi característic de l'acústica clàssica, la corda vibrant. Però si toquem la guitarra elèctrica prescindint de l'equip amplificador, la intensitat sonora és notablement inferior a la que produiria una guitarra clàssica, ja que la guitarra elèctrica no disposa de caixa de ressonància. El funcionament d'aquest instrument es pot comparar al del primer telèfon de Bell. Una bobina, el pick-up, generalment proveït d'un nucli magnetitzat per a cada una de les cordes, està disposada a poca distància d'aquestes. Ja que les cordes són d'acer, les vibracions influeixen rítmicament sobre el camp magnètic dels imants, cosa que engendra unes corrents alternes de molt feble intensitat que es poden amplificar electrònicament. Els sons obtinguts d'aquesta manera es poden sotmetre a manipulacions electròniques, a fi d'obtenir una gran varietat d'efectes sonors. L'emplaçament del pick-up té una gran influència sobre el timbre i la intensitat dels tons produïts. Si intentem equipar una guitarra elèctrica de cordes no metàl·liques, només ens quedarà una guitarra acústica sense caixa de ressonància.

Un instrument que fa pensar en la guitarra elèctrica pel seu principi de captació de les vibracions, és el piano elèctric que fou desenvolupat a la vora de 1930 pel físic Nernst en col·laboració amb la prestigiosa factoria de pianos Bechstein. El resultat fou l'instrument anomenat Neo-Bechstein. El piano elèctric permet controlar la intensitat dels tons després de la pulsació d'una tecla mitjançant un pedal. El mecanisme percussor i amortidor, com també el funcionament del pedal fort és idèntic al piano tradicional. Els pianos electroacústics moderns no solen tenir cordes, ja que aquestes s'han substituït per barnilles d'acer.

Pels voltants de l'any 1935, en mossèn Pujet de París va concebre un gegant entre els instruments electroacústics, que denominà "Orgue Radio-Synthétique". Es tractava d'un orgue de grans dimensions, amb quatre manuals i un pedaler. Els tons parcials dels tubs es captaven individualment mitjançant micròfons. Els més de 50 registres controlaven les proporcions d'intensitat amb les quals els diferents canals havien de participar en la síntesi electrònica final.

En els instruments electrònics actuals, sintetitzadors i orgues, tots els sons es realitzen a partir de tons generats en oscil·ladors electrònics. Un possible sistema de síntesi consisteix en superposar tons parcials sinusoïdals. Altres sistemes treballen amb oscil·ladors que generen ones periòdiques de diverses formes. Una altra manera d'obtenir tons amb diferents timbres es basa en la filtració amb filtres electrònics de certes freqüències d'una ona en forma de dent de serra (que és la suma de tots els parcials sinusoïdals amb amplituds inversament proporcionals als índexs de cada un) o d'una ona rectangular. Aquest últim sistema es pot anomenar subtractiu. Els fenòmens transitoris dels tons es poden aproximar, modulant les ones així generades amb diferents formes. No tots els instruments històrics es basaven en aquest principi, com ho veurem amb l'exemple del *Trautonium* i de *l'orgue de Hammond*.

Sembla que un dels primeríssims instruments electrònics era el *"Dynamophone"* de Cahill, construït cap a l'any 1906. Es tractava d'un sintetitzador electrònic en l'acceptació moderna de la paraula (el sintetitzador construït per Helmholtz per a la simulació de vocals no es pot anomenar electrònic, com tampoc el que va crear R. Koenig a base de sirenes). Un sintetitzador electrònic és un instrument que combina segons unes regles determinades els tons parcials d'un to per a assolir un timbre determinat. El sintetitzador de Cahill devia ésser una màquina gegantesca que segons testimonis de l'època pesava unes quantes tones. Era un instrument de teclat que permetia l'acoblament de diferents manuals. Ja que permetia la generació de tons de qualsevol freqüència desitjada, Ferruccio Busoni hi veia un medi adequat per a la producció dels seus microintervals i elogià la creació de Cahill en el seu llibre *"Entwurf einer neuen Ästhetik der Tonkunst*[1]*"*.

El *Superpiano* de Spielmann, de l'any 1927, era un instrument de teclat, en el qual els tons es generaven d'una manera fotoelèctrica: uns discos que voltaven a una velocitat determinada reflectien un raig de llum sobre una cèl·lula fotoelèctrica que interrompia una corrent elèctrica al ritme marcat per les parts blanques i negres de la superfície del disc que passava per davant de la cèl·lula.

Un altre instrument històric digne de ser mencionat aquí és el *Trautonium* (del seu inventor Trautwein), que data de 1930. Aquest instrument consisteix essencialment en una barra metàl·lica, paral·lelament a la qual s'ha tibat una corda d'acer. Tant la barra com la corda (que estan aïllades elèctricament una de l'altra) estan connectades a un oscil·lador electrònic. El *Trautonium* es toca pitjant la corda sobre la barra amb un dit, de manera que entrin en contacte en un punt determinat. Segons l'emplaçament del contacte, la resistència elèctrica serà diferent, i la freqüència del to generat en

---

[1] Esborrany d'una nova estètica musical.

l'oscil·lador varia en funció d'aquesta resistència. Aquest instrument té possibilitats similars a les d'un violí, substituint l'arquet pels comandaments de l'oscil·lador elèctric.

Entre tots els instruments electroacústics, un dels més populars és *l'orgue de Hammond*, creat en 1934, i perfeccionat successivament durant dècades. Com en el cas del *Superpiano* de Spielmann es tracta d'un instrument electromecànic, ja que la base de la generació dels tons està constituïda per la rotació d'unes rodes. En *l'orgue de Hammond* són rodes dentades que giravolten davant d'uns electroimants amb nuclis d'imantació permanent de manera que s'hi generen unes febles corrent alternes, semblants al del telèfon de Bell, tot i que més intenses. A continuació aquestes corrents són amplificades, manipulades i mesclades electrònicament. La forma de les dents de les rodes emprades influeix notablement sobre el timbre de les notes individuals, d'una manera semblant al canvi de timbre d'una sirena quan es modifica la forma dels forats.

Les rodes generadores dels tons fonamentals (un per a cada una de les tecles) es mouen sobre un dels dotze eixos del sistema, cada un dels quals es mou 1,059 (la dotzena arrel de 2) vegades més ràpid que l'anterior. D'una octava a l'altra les rodes dentades d'un mateix eix presenten el nombre doble de dents. A l'hora de sintetitzar els tons, els parcials s'aproximen amb les notes de l'escala temprada. El màxim inconvenient d'aquest sistema segurament és la mala aproximació del parcial número 7, del qual s'ha demostrat experimentalment el valor que té per l'atractiu musical d'un so, tot i que es tracta d'un parcial dissonant.

Els defensors de *l'orgue de Hammond* asseguren que s'hi poden sintetitzar més de 20 milions de timbres diferents. Des del punt de vista de la combinatòria matemàtica, aquest argument és incontestable. Però la disponibilitat de 20 milions de timbres no implica la possibilitat d'aproximar qualsevol timbre desitjat. Posarem un exemple del camp dels colors: Amb quatre pots de pintura, blanca, groga, blava i negre es poden barrejar un nombre de colors que només està limitat per la facultat diferenciadora de la nostra vista. No obstant serà impossible barrejar-hi un color que s'aproxima al vermell, al taronja o al magenta. *L'orgue de Hammond* no es desafina mai, gràcies a una excel·lent sincronització entre els dotze eixos que garanteix la constància de tots els intervals. Com a molt, s'ha d'ajustar la velocitat del motor.

En les últimes dècades nombrosos investigadors, com ara Jean-Claude Risset, treballen en l'obtenció de sons nous mitjançant ordinadors digitals. A partir d'un programa, aquestes màquines calculen la descomposició en dígits (com en un disc compacte) de la corba fonogràfica del so. L'elaboració d'un so musicalment satisfactori és una labor altament complexa. La reproducció més o menys satisfactòria dels timbres dels instruments tradicionals per mitjans electrònics és un assoliment relativament recent, ja que les primeres temptatives solien fracassar per una excessiva simplificació de les realitats acústiques.

Es pot dir que els tons perden atractiu musical, si són massa perfectes des del punt de vista matemàtic. Quelcom semblant passa en el camp de les arts plàstiques: una fotografia ben feta ha de tenir un gra, un gravat o la superfície d'una estàtua ha de tenir una certa textura per satisfer enterament els gustos artístics refinats.

Posem el cas del so d'un piano: com ho vam veure anteriorment, les notes no segueixen estrictament la pauta donada per la progressió geomètrica que defineix l'escala ben temprada[1], sinó que en els aguts els tons es solen aguditzar més del que defineix la llei matemàtica, i en els baixos passa el revés. Anàlogament els parcials dels tons no solen ésser perfectament harmònics. Aquestes desviacions queden bastant ben compensades per les desviacions de la nostra percepció de les freqüències; també és una simplificació excessiva de modular tota una corba periòdica amb una sola corba contínua, ja que experiències de gran precisió han demostrat que cada un dels tons parcials sol estar modulat per una corba pròpia, lleugerament diferent de les altres.

Però els que sintetitzen sons amb ordinador, normalment no es limiten a recrear els sons propis dels instruments tradicionals, sinó que llur tasca és molt més difícil encara: intenten crear sons deslligats de la tradició instrumental, sons nous i alhora musicalment atractius.

En els últims 30 anys el nombre d'instruments electrònics sense dubte ha crescut immensament. La majoria dels elements dels equips de música electrònica, com ara sintetitzadors, samplers, seqüenciadors, amplificadors o teclats realitzen més d'una funció i es poden connectar entre ells. Al principi era gairebé impossible connectar components de diferents fabricants entre ells, fins que 1983 es va crear un llenguatge de comunicació que va permetre connectar entre tots els aparells proveïts del corresponent codificador. Aquest codi, anomenat MIDI (Musical Instrument Digital Interface) comunica a cada instrument electrònic, en quin moment ha de produir un so, amb quina intensitat, amb quina duració, amb quin timbre. Per a imitar diferents instruments musicals acústics, com ara el piano o la trompeta, s'han previst tota

[1] Es parla de la inharmonicitat del piano.

una sèrie de canals. La comunicació de dos o més instruments musicals electrònics amb MIDI es pot comparar a la comunicació de dos o més ordinadors amb targetes de xarxa.

Els sintonitzadors moderns ens permeten sintetitzar un gran nombre de timbres, que després s'amplifiquen en un amplificador. Un seqüenciador és un aparell que registra seqüències de tons (actualment sobretot seqüències MIDI), les manipula i les reprodueix. Un Sampler és comparable a un magnetòfon digital i permet l'enregistrament i la manipulació de sons curts, anomenats 'samples'. Els samples per exemple poden ésser transposats, reflectits, invertits o distorsionats de diferents maneres.

Últimament la majoria dels instruments electrònics treballen digitalment. La tendència que està canviant fonamentalment diferents àmbits de la vida moderna, també s'ha manifestat en el camp de la música electrònica: Uns aparells altament especialitzats comencen per col·laborar amb l'ordinador per ésser substituït finalment per un programa informàtic. Un ordinador personal modern està a l'altura de la majoria de les exigències de la música electrònica moderna. A través la targeta de so de l'ordinador personal les senyals acústiques, com ara les procedents d'un micròfon o d'un tocadiscs, es poden transformar en fitxers binaris.

La música distribuïda en forma de fitxers MIDI, com els que s'ofereixen usualment a l'Internet, és comparable amb els rulls de pianola. Si les notes han estat introduïdes de manera metronòmica a partir de la partitura, s'obté una reproducció desproveïda totalment de sentiment, comparable amb la música d'una pianola. Si les notes s'editen manualment, el resultat pot ser un xic més agradable. Els fitxers MIDI que han estat confeccionats a base d'una bona interpretació amb un Disklavier de Yamaha ja sonen molt més bé. També el timbre sintetitzat electrònicament que imita el piano no sol ser massa satisfactori, però això no depèn del fitxer MIDI, sinó del sintetitzador que fem servir. Qui fa servir la targeta de so del seu PC com a sintetitzador difícilment obté resultats plaents.

Encara que la interpretació electrònica de la música clàssica poques vegades és satisfactòria, en aquest moment conec una excepció lloable: la interpretació del primer llibre del *Clavecí ben Temprat* de J.S. Bach per l' artista John Grant és de primera categoria. El conjunt de 24 preludis i fugues actualment poden ésser descarregats a l'Internet en la direcció www.mp3.com. Tal com l'artista indica, per la seva elaboració ha fet servir un seqüenciador, el programa *Gigasampler* i un piano de cua *Steinway*, model B.

Un dels instruments electrònics més nobles sense dubte és un piano Yamaha acústic proveït del sistema Silent de l'empresa

Yamaha, amb el qual es pot optar per tocar com si es tractés d'un piano acústic normal o per desconnectar els martellets i fer-lo servir com un piano electrònic, en el qual les posicions de les tecles, la força aplicada sobre elles i la situació del pedal en cada moment s'analitzen mitjançant un sistema electrònic. A base d'aquestes dades el sintetitzador de l'instrument reprodueix amb una perfecció extraordinària el timbre d'un piano de cua.

APÈNDIX: L'AFINACIÓ D'UN PIANO

Malgrat que un piano és un instrument de tons fixes, l'altura dels tons es desajusta amb el temps i l'ús, i és precís afinar-lo periòdicament. Mentre que un piano que es té a casa normalment no necessita més d'una afinació l'any (segons les exigències del seu usuari, però també segons les humitats ambientals i altres circumstàncies, algunes d'elles relacionades a l'estat de conservació de l'instrument), un piano que serveix per a efectuar enregistraments discogràfics s'hauria de repassar abans de cada sessió.

La primera tasca de l'afinador és l'afinació del La (3) mitjançant un diapasó. Generalment el La es deixa en 440 *Hz*, però si el piano és molt vell, a vegades es recomana pujar només a una freqüència lleugerament inferior, en vista de la gran tensió de les cordes[1]. Acabat l'afinador ha d'establir el temprament sobre una octava o dues del mig del teclat. Finalment els tons es transfereixen per octaves sobre tota la extensió de la tessitura. Com que la majoria dels tons del piano estan representats per dues o per tres cordes, l'afinador fa servir unes falques de goma o material semblant per a amortir les cordes que no han de vibrar en determinats moments. Per exemple, en el moment d'afinar el to de 440 *Hz*, en primer lloc es bloquegen les dues cordes laterals i es posa el La del mig a l'uníson amb el diapasó. Acabat s'allibera una de les cordes laterals per a posar-la a l'uníson amb la del mig. El mateix procediment es repeteix amb la tercera corda del grup. L'uníson es caracteritza per l'absència total de pulsacions entre les dues notes.

L'establiment del temprament és la part de la feina que demana més domini tècnic a l'afinador. Un temprament igual ben fet permet transposar qualsevol peça de música a qualsevol tonalitat, sense afavorir-ne cap. Recordem que les freqüències de les notes de l'escala cromàtica temprada formen una progressió geomètrica, la raó de la qual és la dotzena arrel de dos, que anomenarem aquí r (r = 1,05946309...). Durant el curs de la història s'han creat diferents eines auxiliars per a facilitar l'obtenció d'un temprament correcte.

---

[1] En efecte, àdhuc en els pianos més petits la suma de les tensions de totes les cordes supera fàcilment l'equivalent del pes d'una massa de 10 tones.

Potser el sistema més antic és l'afinació de les 12 notes de l'escala cromàtica a l'uníson amb sengles diapasons. Ja que per la majoria de les persones és més fàcil afinar un to de manera que produeixi un nombre determinat de pulsacions amb el to donat, es van crear també assortiments de 12 diapasons, les freqüències dels quals eren per exemple 5 *Hz* més baixes que les de l'escala ben temprada que es volia aconseguir. Així cada to s'havia d'afinar de manera a obtenir 5 pulsacions al segon. La facultat de poder apreciar la velocitat de les pulsacions és imprescindible per un bon afinador, i requereix un aprenentatge sistemàtic. Insistim sobre el fet que els tons del nostre joc de diapasons que es distingeixen en 5 *Hz* de l'escala ben temprada, no formen escala ben temprada, ja que les seves freqüències no segueixen una progressió geomètrica. D'aquí es pot deduir que un joc de 12 diapasons de les característiques descrites només serveix per a l'afinació a una altura ben determinada, per exemple a 440 *Hz*[1].

Més endavant es van comercialitzar unes menes de sirenes que emetien tons a qualsevol freqüència requerida; aquests aparells van ser substituïts més endavant per enginys electrònics amb la mateixa finalitat de facilitar l'establiment del temprament pianístic. Però cap d'aquests recursos s'ha pogut introduir en la pràctica dels afinadors, que treballen generalment a partir d'unes particions basades sobre la freqüència de les pulsacions dels tons parcials dels diferents elements de l'escala temprada.

Fixem-nos en un exemple: Es tracta d'afinar el Mi (4) a partir del La (3) de 440 *Hz*. Si l'interval [La, Mi] s'hagués d'afinar com a quinta natural de quocient 3 : 2, la freqüència del Mi seria de 660 *Hz*. Però la quinta temprada és una mica més petita que la quinta natural o de Pitàgoras. Si designem la dotzena arrel de 2 amb r, la quinta correspón a $r^7 = 1{,}49830$. Per a poder afinar el Mi amb la precisió suficient, s'ha de considerar el primer parcial harmònic comú a La (3) i a Mi (4), doncs Mi (5), que forma octava (segon parcial) amb Mi i duodècima (tercer parcial) amb La. Ara bé: En el sistema temprat els dos parcials contemplats no coincideixen del tot, ja que el Mi (5) considerat com a octava del Mi (4) temprat té una freqüència de 1318,51 *Hz*, mentre que el Mi (5) considerat com a duodècima del La (3) té una freqüència de 1320 *Hz*. Entre aquests dos tons es formen aproximadament unes 1,5 pulsacions al segon. L'afinador ha de baixar el to Mi (4), tot tocant alhora el La (3), fins

[1] A l'inrevés també es pot deduir, que un joc de diapasons que seguissin una escala ben temprada no es pot fer servir utilitzant per exemple les pulsacions de 5 *Hz* descrites anteriorment. Però si fem variar proporcionalment la freqüència de les pulsacions, per exemple de 2 *Hz* per la nota més baixa a 3,7754 *Hz* ($2 \cdot \left(\sqrt[12]{2}\right)^{11}$ per la més alta, ja seria una altra cosa.

que entre els dos parcials es formin unes 1,5 pulsacions al segon. Òbviament el nombre de pulsacions entre els dos parcials de la quinta varien en proporció de la freqüència de les notes fonamentals implicades. Quan per exemple el parcial n de la primera nota d'un interval coincideix amb el parcial m de la segona nota, també coincideixen 2·n amb 2·m, 3·n amb 3·m, etcètera. D'altra banda evidentment les pulsacions entre els parcials més baixos són les més útils a l'hora de temprar un interval musical. Aquesta situació és comparable a la que es presenta quan hem de sumar dues fraccions numèriques: busquem el mínim comú múltiple dels dos denominadors.

Teòricament és possible obtenir un temprament perfecte utilitzant exclusivament els intervals de quinta i d'octava (que és l'únic interval "natural" de l'escala temprada[1]), però s'ha de tenir en compte que la suma dels errors acumulats durant 12 passes successives és difícil de dominar. Normalment els afinadors recorren a unes particions compostes, en les quals hi intervenen diferents intervals, que es poden ajustar a partir de les pulsacions dels parcials dels tons implicats. La taula següent representa els intervals més utilitzats en l'afinació, amb els parcials de grau mínim que produeixen les pulsacions indicades. Els valors numèrics s'han calculat sobre la base d'un La amb freqüència 440 *Hz*. Aquí les pulsacions van precedides del signe "-" quan l'interval temprat és més petit que l'interval corresponent de l'escala de Zarlino. Evidentment això no vol dir que les pulsacions són negatives, cosa que no tindria sentit.

Tercera, 4 semitons					
Notes	Freqüències	Parcial Núm.	Parcial comú	Freqüències	Pulsacions
Do	261,625	5	Mi	1308,12	10,3824
Mi	329,627	4		1318,51	

Quarta, 5 semitons					
Notes	Freqüències	Parcial Núm.	Parcial comú	Freqüències	Pulsacions
Do	261,625	4	Do	1046,50	1,182446
Fa	349,228	3		1047,68	

[1] Com ho veurem més avall, gràcies a un fenomen conegut com a inharmonicitat del piano ni l'octava és del tot "natural", en el sentit estricte de la paraula.

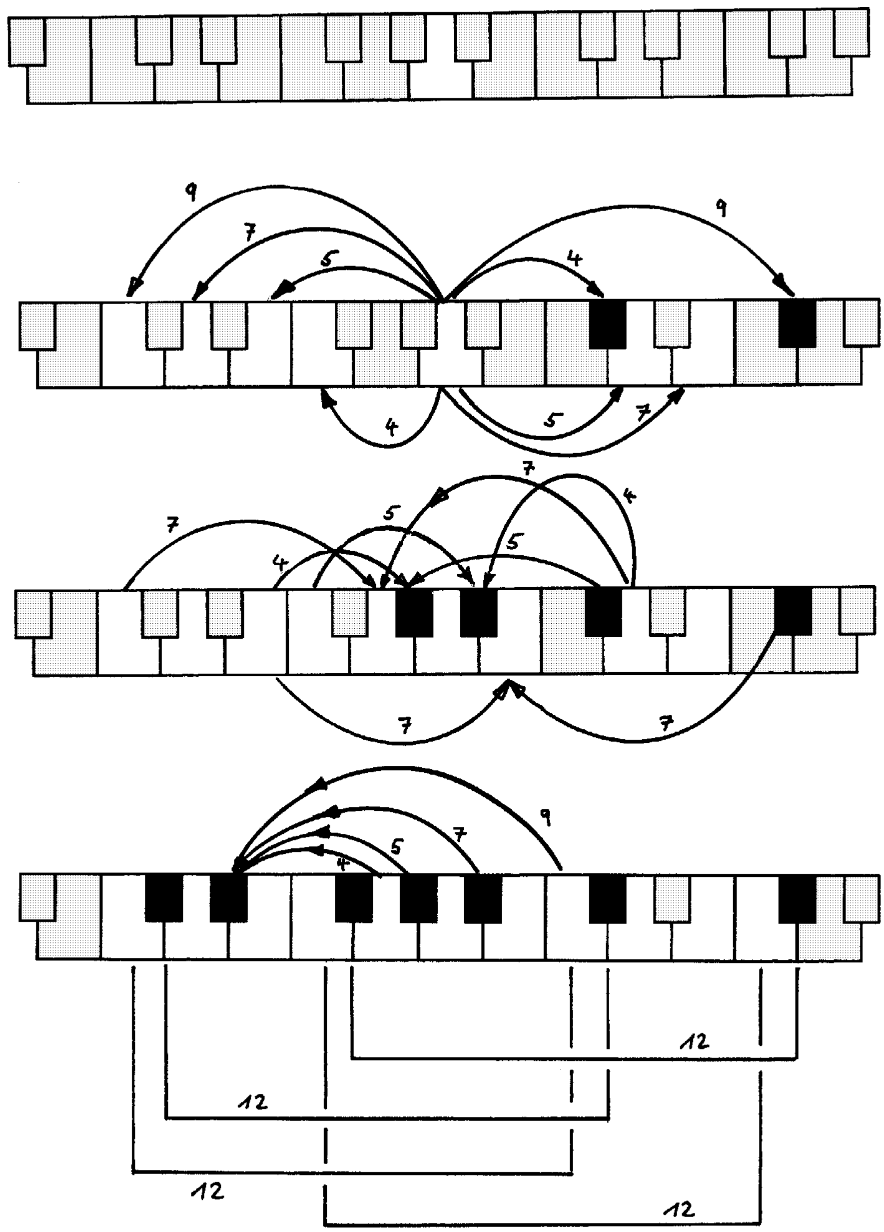
Quinta, 7 semitons					
Notes	Freqüències	Parcial Núm.	Parcial comú	Freqüències	Pulsacions
Do	261,625	3	Sol	784,876	-0,885794
Sol	391,995	2		783,990	

Sexta, 9 semitons					
Notes	Freqüències	Parcial Núm.	Parcial comú	Freqüències	Pulsacions
Do	261,625	5	Mi	1308,12	11,8722
Mi	440,00	3		1320,00	

Dècima, 16 semitons					
Notes	Freqüències	Parcial Núm.	Parcial comú	Freqüències	Pulsacions
Do	261,625	5	Mi	1308,12	10,3824
Mi	329,627	2		1318,51	

Entre les diferents particions utilitzades pels afinadors, en comentarem una aquí que no és gaire usual, però que té l'avantatge de presentar una mínima acumulació d'errors, ja que la cadena més llarga de tons afinats a partir dels predecessors consta de tres elements. Aquest sistema, esquematitzat per la figura, obliga l'afinador a familiaritzar-se amb les pulsacions de les terceres, de les quartes, de les quintes i de les sextes temprades. Aquests intervals es senyalen en la figura amb els nombres 4, 5, 7 i 9 respectivament, doncs amb el nombre de semitons que formen l'interval i alhora amb els exponents de la raó r que representen els diferents intervals considerats en la progressió geomètrica que caracteritza l'escala temprada. D'entrada s'afina el La a la freqüència desitjada. A partir del La es poden afinar 8 notes, 6 de les quals es distingeixen pel seu nom:

Baixant una sexta (9) s'obté el Do.
Baixant una quinta (7) s'obté el Re.
Baixant una quarta (5) s'obté el Mi.
Baixant una tercera (4) s'obté el Fa.
Pujant una tercera s'obté el Do #.
Pujant una quarta s'obté el Re (octava del Re inferior).
Pujant una quinta s'obté el Mi (octava del Mi inferior).
Pujant una sexta s'obté el Fa #.



Un sistema per a afinar un piano

Els intervals existents entre les diferents notes permeten comprovar la seva justesa. A partir d'aquests tons que podríem anomenar *tons de segona generació*, es poden obtenir quatre tons distints de l'escala, a saber:

Pujant una quinta des del Do o baixant una quinta des del Re s'obté el Sol.
Pujant una tercera des del Mi o baixant una quarta des del Do # s'obté el Sol #.
Pujant una quarta des del Fa o baixant una tercera des del Re s'obté el La #.
Pujant una quinta des del Mi o baixant una quinta des del Fa # s'obté el Si.

Ara només falta el Re #, que és l'únic que podríem anomenar de quarta generació. Aquesta última nota es pot obtenir a partir de qualsevol dels intervals utilitzats fins ara, si s'han afinat prèviament per octaves els homònims dels tons obtinguts.

L'esquema descrit aquí no és el que solen emprar els afinadors en llur pràctica diària. En efecte, els batecs que es poden avaluar més bé amb l'oïda són els de 1 o 2 per segon. I en la tessitura de l'interval que hem posat d'exemple, els batecs de les terceres majors són massa ràpids per a poder-los avaluar amb suficient precisió, de manera que molts afinadors s'estimen més tancar el cercle de quartes i quintes descrit anteriorment, tot i fent servir les terceres i sextes per a comprovar la feina.

Un cop obtingut el temprament de l'octava del mig, els tons poden ésser transportats per octaves[1] sobre tota l'extensió del teclat. Per a afinar una octava es posen a l'uníson la nota fonamental d'un dels tons i el segon o quart parcial de l'altre. Com que les cordes del piano no són ideals en el sentit matemàtic, és a dir que els sobretòns no són absolutament harmònics, sinó més aviat una mica més alts que els múltiples naturals de la nota fonamental, les regions altes d'un piano ben afinat són lleugerament més altes que l'escala calculada matemàticament, mentre que per les regions baixes passa el contrari. Aquesta lleugera inharmonicitat[2] dels tons del piano (que fa que des del punt de vista matemàtic ja no són estrictament

---

[1] Fent això, no s'ha de deixar de comprovar els intervals de terceres, quartes, quintes, sextes, dècimes i de doble octava entre els nous tons que s'han anat trobant.

[2] La inharmonicitat tampoc progressa sempre regularment i varia d'un piano a l'altre. Un professional competent m'ha explicat, que moltes vegades els extrems de l'escala s'han d'ajustar mitjançant l'ús exclusiu de l'oïda, sense poder-se refiar de la inharmonicitat pròpia de cada piano.

periòdics) és un factor important del timbre de l'instrument. La quasi-harmonicitat i el desviament resultant de les freqüències dels tons de l'escala calculada a partir de la progressió geomètrica de raó r, són dos dels factors que dificulten la re-creació electrònica del timbre d'un piano, així com també l'afinació amb auxiliars electrònics. És un fet singular que els tons d'un piano ben afinat s'aproximen més a l'escala psicològica dels *mels*, que no pas a l'escala temprada, especialment en els aguts i en els greus extrems.

Per a afinar les cordes més baixes, molts afinadors recorren a un artifici: tocant lleugerament la corda en el seu punt central o en una tercera part de la seva longitud, per exemple, la corda emet tons harmònics (que no s'han de confondre amb els parcials, amb els quals tenen la freqüència en comú, ja que un parcial és un to sinusoïdal, mentre que un to harmònic és un to compost, amb els seus propis parcials) que estan situats en una regió de freqüències en la qual l'oïda humana disposa d'un poder diferenciador superior.

Fins aquí semblaria que a qualsevol persona intel·ligent que té la sort de sentir els parcials superiors dels tons musicals li ha de ser fàcil afinar ell mateix el seu piano. Però queda una altra dificultat per superar: la pràctica mecànica. En efecte, les clavilles d'afinació no es poden tractar com uns cilindres amb eixos rígids, sinó que s'ha de tenir en compte que a més de la rotació també sofreixen un moviment lateral, degut a la tensió de cada corda. Un bon afinador sap equilibrar la tensió de la corda amb la força lateral exercida sobre la clavilla. Els que no dominen la tècnica mecànica de l'afinació poden trobar-se amb la sorpresa que un piano aparentment perfectament afinat perdrà la seva justesa en pocs dies.

Vet aquí el procediment seguit correntment per la majoria dels afinadors:

> Primer la corda es farà baixar una mica, per a desbloquejar-la i permetre que rellisqui fàcilment sobre el pont superior.
>
> Acabat es farà pujar el to una mica per sobre de la freqüència desitjada.
>
> Finalment el to es farà baixar a batzegades, sense fer girar la clavilla, sinó inclinant-la suaument en direcció del pont.

La condició principal per a aconseguir una afinació estable no deixa de ser la pràctica adquirida durant molts any de treball acurat. A més de deixar cada to a la seva altura, un bon afinador també ha de saber ajustar el timbre dels tons, punxant el feltre dels martellets amb unes agulles especials. A més ha de saber reparar les petites avaries del mecanisme, eliminar les ressonàncies indesitjables de certes peces, ha de saber ajustar el teclat i altres feines més.

El fet que la gran majoria dels pianistes professionals no saben afinar els seus pianos, és senyal de que l'afinació és tot un ofici; el fet que grans pianistes com Arturo Benedetti Michelangeli només deixin afinar el seu piano per determinades persones de confiança, és senyal de que l'ofici d'afinador és dels que no poden estandarditzar-se: L'afinació ben feta d'un piano s'ha de considerar una obra d'art.

L'eina electrònica més emprada avui per ajudar a afinar pianos és l'Accu-Tuner de Sanderson, el qual no només mesura i calcula freqüències, sinó que també pot memoritzar electrònicament tota l'afinació de 60 pianos nota per nota. La tolerància de l'aparell és de 0,04 Cents. Un connector MIDI permet copiar afinacions enteres sobre el PC o des del PC.

APÈNDIX: SINESTÈSIA

La llum i el so tenen diverses propietats en comú, que afavoreixen la combinació de llurs efectes en obres d'art, anomenades sinestètiques en aquest context. En efecte tant els fenòmens sonors com els lluminosos són fenòmens ondulatoris perceptibles amb un dels nostres òrgans sensorials. L'interval entre l'ona lluminosa visible més curta i la més llarga comprèn aproximadament el que en termes tonals s'anomenaria una octava, de manera que una forma natural d'assignar un color a cada nota de l'escala seria de destinar un color de l'arc iris a cada to de l'escala diatònica de l'octava central del piano. Els semitons correspondrien en aquest sistema a la longitud d'ona mitjana a la dels seus veïns. Es podria barrejar una certa quantitat de negre als colors corresponents a les octaves baixes, augmentant-ne la quantitat a mesura de baixar octaves. Per les octaves agudes es podria procedir anàlogament, substituint el negre pel blanc. Si la puresa (saturació) del color es relacionés a la força amb la qual es pitja la tecla, el teclat d'un piano es convertiria en una disposició de colors comparable al doble con de colors d'Ostwald (1853-1932), per exemple. Aquest sistema està derivat del que ens proposa Helmholtz en el seu llibre "Handbuch der physiologischen Optik".

Però evidentment no hi ha una manera única d'assignar colors als son de la música, ja que a més de certes propietats similars hem de tenir compte de certes altres que són distintes per la llum i pel so. Com ho estableix la llei d'Ohm de l'acústica, l'oïda està capaç de descompondre una mescla de diferents tons sinusoïdals en els seus components. En canvi la vista no està apte per a destriar els colors fonamentals que formen els components d'un color donat. Això vol dir que es pot obtenir el mateix color a partir de colors fonamentals diferents, cosa que és impossible en l'analogia acústica. El color no és doncs un fenomen físic, sinó exclusivament fisiològic. En efecte, la tricromia[1], la base de tots els sistemes moderns de reproducció del

[1] La quatricromia, tal com es fa servir per a la reproducció impresa dels colors, és essencialment una tricromia amb un tiratge suplementari en negre que té la finalitat d'augmentar el co ntrast de l'imprès.

color, està basada en el mecanisme de la percepció del color i no pas en la seva composició espectral. El color es pot mesclar de manera additiva (superposant llums) o de manera subtractiva (barrejant colorants o superposant capes de colorants). En acústica també tenim els dos fenòmens: El so de dos instruments musicals s'addiciona, mentre que els ressonadors que representen la faringe i les cavitats bucal i nasal deixen passar preferentment sons de determinades freqüències, i d'aquesta manera assumeixen un paper semblant al d'un filtre de color en fotografia. Trobem una generalització d'aquest fet en els formants de la majoria d'instruments musicals acústics.

En lloc d'assignar colors als diferents tons, també existeix la possibilitat de determinar el color a partir del timbre del so, per exemple basant-se en l'espectre dels parcials. Aquesta idea està d'acord amb l'esperit etimològic de la paraula alemanya per designar el timbre: *Klangfarbe*[1].

Molts artistes han creat obres que combinen les arts plàstiques amb la música, però sempre han divergit en la seva interpretació de les relacions entre els tons i els colors. Un dels primers en concebre un instrument que combinava la música amb el color fou el pare Castel, que va inventar un instrument de teclat a propòsit, el *Clavecin Oculaire*, a la vora de 1725. Un dels exemples més famosos d'art sinestètic és l'última simfonia de Sriabin, *"Prometheus"* o *"Le Poème du Feu"*, en la que s'utilitza un *Clavier Lumière*. Malauradament Scriabin va morir abans de poder realitzar la seva obra sinestètica monumental que s'havia plantejat, el *Misteri*, en el qual pensava incloure totes les sensacions perceptives humanes.

La taula següent resumeix les interpretacions cromàtiques dels tons del pare Castel, de Helmholtz i de Scriabin:

	Castel	**Helmholtz**	**Scriabin**
Do	Blau	Groc	Vermell
Re	Verd	Cian	Groc
Mi	Groc	Indigo	Blavós
Fa	Ocre	Violeta	Vermell
Sol	Vermell	Vermell	Taronja
La	Violeta	Vermell	Verd
Si	Gris	Taronja	Violeta

És un fet ben conegut que certs sons, olors o colors ens poden evocar algun record o provocar-nos un malestar o un estat d'eufòria a

[1] *Der Klang*, el so; *Die Farbe*, el color, per tant: *Die Klangfarbe*, el color del so.

través els misteriosos mecanismes del subconscient. Però també es coneix el fenomen d'algunes persones que en sentir un cert to veuen realment un color determinat. Últimament sembla que s'ha trobat una explicació científica a certes manifestacions sinestètiques: en efecte els neuròlegs han pogut detectar alguns centres cerebrals que responen de manera gairebé idèntica a un estímul ocular com a un d'auditiu.

Avui sabem que aproximadament una de cada 2000 persones està afectada per la sinestèsia. En aquestes persones dos o més sentits es superposen i podem trobar tota mena de combinacions: escoltant un so, aquestes persones poden veure un color o una estructura de formes, com ara xarxes o línies ondulades, certs olors els pot provocar un dolor físic, una imatge els pot fer olorar un perfum, etc.. Sembla que la sinstèsia es transmet genèticament, ja que en certes famílies s'ha observat un amuntegament de casos. L'associació dels nombres amb els colors sembla ésser particularment freqüent, i sembla que els nombres majors solen evocar colors més foscos que els petits. En aquest encreuament dels sentits un estímul destinat a excitar determinat sentit, excita simultàniament un o diferents altres sentits.

Actualment els neuròlegs de l'Hospital Universitari de Zürich estan investigant intensament aquest curiós fenomen. Certes drogues, com ara la famosa LSD poden despertar sinestèsies en persones que no n'havien experimentat mai. Però l'efecte d'aquest tipus de drogues no es limita mai a la sinestèsia, i experimentar amb elles, no només està prohibit pel codi penal, sinó que és extremadament perillós.

APÈNDIX: L'EFECTE DE DOPPLER

Com gairebé tothom haurà tingut l'ocasió d'observar, quan un cotxe passa a gran velocitat al costat d'un vianant tot tocant la botzina, el vianant percebrà un descens del to en el precís moment que el cotxe passa pel seu costat. El mateix fenomen s'observa sempre quan una font sonora passa amb certa velocitat al costat d'un oient immòbil. També s'observa un fenomen anàleg, quan és l'observador que passa amb una certa velocitat pel costat de la sirena d'una fàbrica. Sota certes circumstàncies ens podem trobar amb una combinació dels dos aspectes de l'efecte, quan tant l'objecte sonor com l'oient estan en moviment. Aquest és el cas dels cotxes que s'encreuen amb els que circulen en direcció contrària. Com es pot constatar fàcilment, l'efecte s'accentua més quan majors són les velocitats implicades, sempre que no passin de la velocitat de la propagació del so (o d'uns 340 m/s). Un dels primers científics que va analitzar matemàticament els efectes que ens interessen aquí, era el físic i matemàtic austríac Christian Johann Doppler (1803-53), a la vora de l'any 1842; en el seu honor es parla de l'efecte Doppler.

Símbols i fórmules emprades en les deduccions següents	
c	Velocitat de propagació (de l'ona)
L	Longitud d'ona = c/f
F	Freqüència
T	T = 1/f = període
v	Velocitat = $\frac{\text{recorregut}}{\text{temps}}$

<u>PRIMER CAS:</u> Es mou la font sonor, primer en direcció de l'oient, després en direcció oposada. L'oient està immòbil.

Si la font sonor estigués quieta (v = 0), la distància entre dos impulsos successius (successió amb freqüència f) seria de d = c/f. Ja que en realitat la font sonora es mou en direcció de l'oient, la distància entre dos impulsos (o oscil·lacions) successius s'escurça[1]. El recorregut de la font sonora durant el temps T és de T · c; Així la distància entre dos impactes consecutius (doncs la longitud d'ona) és la diferència

$$L = T \cdot c - T \cdot v = \frac{c}{f} - \frac{v}{f}$$

La freqüència del to corresponent és

$$f_1 = \frac{c}{L} = \frac{c}{\frac{c}{f} - \frac{v}{f}} = f \cdot \frac{c}{c - v}$$

Si la font sonora s'allunya de l'oient, cal substituir v per (-v) en la fórmula precedent. La fórmula és vàlida per velocitats entre 0 i c, excloent-hi c.

Com ho veurem tot seguit no s'obté el mateix resultat quan és l'oient que es mou en lloc de la font sonora.

L'interval entre el to abans i el de després del pas de la font sonora al costat de l'oient és:

$$I_1 = \frac{\frac{f \cdot c}{c - v}}{\frac{f \cdot c}{c + v}} = \frac{c + v}{c - v}$$

<u>SEGON CAS</u>: La font sonora està immòbil i l'oient es mou, primer en la seva direcció, després en direcció oposada.

Si l'oient es mou en direcció a la font sonora, l'efecte és el mateix com si la velocitat de propagació d'una ona ja emesa quedés sobtadament augmentada de la velocitat de l'oient. En aquest plantejament, la longitud d'ona, L, queda inalterada. Amb la nova velocitat de propagació fictícia (c + v) i la longitud d'ona L = c/f, podem calcular la freqüència del so percebut per l'oient:

$$f_2 = \frac{c + v}{\frac{c}{v}} = f \cdot \frac{c + v}{c}$$

[1] És com si un vehicle (la font sonor) que es mou en la mateixa direcció que una cinta transportadora (la propagació del so en l'aire) hi deixés paquets a una freqüència determinada. En aquesta comparació la velocitat de la cinta transportadora correspon a c, la velocitat del so.

Si l'oient s'allunya de la font sonora, és suficient substituir v per (-v).

L'interval entre el to percebut abans i després del pas de l'oient al costat de la font sonora és:

$$I_2 = \frac{f \cdot \frac{c+v}{c}}{f \cdot \frac{c-v}{c}} = \frac{c+v}{c-v}$$

Tornem doncs trobar el mateix interval com en el primer cas; no obstant les freqüències que intervenen en la seva formació són diferents.

<u>EXEMPLE:</u> Suposem que un cotxe amb una botzina que emet un to de n *Hz* passi pel costat d'un vianant amb una velocitat de 72 km/h. En el segon cas es suposa el cotxe aparcat, tot tocant la botzina, mentre que un motorista passa pel seu costat amb la mateixa velocitat de 72 km/h (que són 20 m/s). La velocitat de propagació del so s'admet com a 340 m/s.

<u>PRIMER CAS</u>

To percebut pel vianant abans de creuar-se:

$$f_1 = n \cdot \frac{340}{340-20} = \frac{17}{16} \cdot n$$

To percebut pel vianant després de creuar-se:

$$f_1^* = n \cdot \frac{340}{340+20} = \frac{17}{18} \cdot n$$

Interval entre els dos tons:

$$I = \frac{f_1}{f_1^*} = \frac{(17/16) \cdot n}{(17/18) \cdot n} = \frac{9}{8}$$

<u>SEGON CAS</u>

To percebut pel motorista abans de creuar-se:

$$f_2 = n \cdot \frac{340+20}{340} = \frac{18}{17} \cdot n$$

To percebut pel motorista després de creuar-se:

$$f_2^* = n \cdot \frac{340-20}{340} = \frac{16}{17} \cdot n$$

Interval entre els dos tons:

$$I = \frac{f_2}{f_2^*} = \frac{(18/17) \cdot n}{(16/17) \cdot n} = \frac{9}{8}$$

<u>EXEMPLE:</u> Amb quina velocitat ha de passar un cotxe pel costat d'un vianant, per que aquest noti una diferència en el to d'una quinta natural?

A partir de $I = \frac{c+v}{c-v}$ es dedueix: $v = c \cdot \frac{I-1}{I+1}$. El valor de I en el cas de la quinta natural és 3/2.

$$v = 340 \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{2}} \text{ m/s} = 68 \text{ m/s} = 244{,}8 \text{ km/h}$$

La taula següent ens facilita les velocitats necessàries per a produir uns quants dels intervals musicals més importants a base de l'efecte de Doppler quan un oient es creua amb una font sonora (o a l'inrevés). S'assumeix una velocitat de propagació del so de 340 m/s.

Interval	Expressió decimal de l'interval	m/s	km/h
1 cent	1,000577	0,098195	0,353505
1 savart	1,002305	0,391439	1,409181
Coma 81/80	1,0125	2,111801	7,602484
10 savarts	1,023292	3,914221	14,09119
Semitò 16/15	1,066666	10,96774	39,48387
To menor 10/9	1,111111	17,89473	64,42105
To major 9:8	1,125	20	72
Intervals temprats			
[Do, Do #]	1,059463	9,816855	35,34068
[Do, Re]	1,122462	19,61735	70,62248
[Do, Re #]	1,189207	29,38525	105,7869
[Do, Mi]	1,259921	39,10453	140,7763
[Do, Fa]	1,334839	48,75946	175,5340
[Do, Fa #]	1,414213	58,33477	210,0051
[Do, Sol]	1,498307	67,81568	244,1364
[Do, Sol #]	1,587401	77,18801	277,8768
[Do, La]	1,681792	86,43828	311,1778
[Do, La #]	1,781797	95,55373	343,9934
[Do, Si]	1,887748	104,5224	276,2807
Interval entre to fonamental i el parcial harmònic número N			
N = 1 (Unínson)	1	0	0
N = 2 (Octava)	2	113,3333	408
N = 3	3	170	612
N = 4	4	204	734,4
N = 5	5	226,6666	816
N = 100	100	333,2673	1199,762

La cosa es complica lleugerament en el cas que es mouen tant l'oient com la font sonora. Ens limitarem aquí als casos en els quals els dos moviments transcorren sobre una mateixa recta. Si l'oient i la font sonora es mouen en la mateixa direcció, la situació és la mateixa com si només es contemplés llur diferència de velocitat, introduint com a corrector un vent que influís sobre la velocitat de propagació, amb signe que s'inverteix un cop encreuats la font sonora i l'oient.

<u>EXEMPLE:</u> Considerem que la font sonora i l'oient es mouen en la mateixa direcció, amb velocitats de 30 i de 10 m/s, respectivament.

Hi ha dues maneres de calcular les alteracions que experimenta un to de n *Hz* emès per la font sonora, per a la percepció de l'oient.

En el primer cas considerem que l'oient es troba immòbil i que la font sonora es mou amb una velocitat de 20 m/s. Com a correcció hem d'introduir un vent (virtual) que bufaria contra la direcció de la font sonora amb una velocitat de 10 m/s. Fins al moment de l'encreuament el vent disminuirà la velocitat de propagació del so en direcció a l'oient en 10 m/s. Després la farà augmentar de la mateixa velocitat. Com que l'oient és el que es considera parat, s'aplica la primera fórmula.

Abans: $$n \cdot \frac{340 - 10}{340 - 10 - 20} = \frac{330}{310} \cdot n = n \cdot \frac{33}{31}$$

Després: $$n \cdot \frac{340 + 10}{340 + 10 + 20} = \frac{350}{370} \cdot n = n \cdot \frac{35}{37}$$

En la segona manera de plantejar-nos el problema, considerem que la font sonora és immòbil i que és l'oient que es mou amb una velocitat de 20 m/s. Aquí s'ha d'introduir un vent virtual de 30 m/s i hem d'aplicar la segona fórmula:

Abans: $$n \cdot \frac{340 - 30 + 20}{340 - 30} = n \cdot \frac{33}{31}$$

Desprès: $$n \cdot \frac{340 + 30 - 20}{340 + 30} = n \cdot \frac{35}{37}$$

Fins aquí només hem tingut en compte les ones acústiques que es mouen en l'aire a una velocitat de 340 m/s. Per descomptat l'efecte de Doppler també es presenta, quan les ones es propaguen en un altre medi. El fet que pot sorprendre més, és que el mateix efecte també és observable en el cas de la llum emesa per una font lluminosa que es mou a gran velocitat respecte a nosaltres, com és el cas de certes estrelles. Hem de tenir en compte que la llum també té caràcter ondulatori, tot i que les freqüències de les ones lluminoses són molt superiors a les de qualsevol fenomen acústic, ja que per exemple el color taronja de l'arc iris correspon a una freqüència d'aproximadament 500 **b**ilions de *Hz*! La velocitat de la propagació de la llum és d'uns 300.000 km/s (aproximadament). Com ho va demostrar Michelson mitjançant el seu famós experiment de 1881, aquesta velocitat és ABSOLUTA I INSUPERABLE. La llum visible emesa pel sol conté les longituds d'ona entre uns 400 i 700 nm[1]. Ja Newton va saber descompondre la llum solar en un espectre continu mitjançant un prisma.

Teòricament seria d'esperar que coneixent la composició espectral de la llum emesa per un astre que es mou a alta velocitat respecte a la terra, l'efecte de Doppler ens permeti observar un desviament dels colors. Però ja que no podem conèixer la composició espectral de la llum de cap astre d'aquest tipus, aquesta experiència sembla irrealitzable. Però, malgrat tot, el desviament cromàtic de la llum de certes estrelles és mesurable, gràcies a les línies de Fraunhofer.

En efecte, l'any 1815, el físic i fabricant d'instrumental òptic Joseph von Fraunhofer (1787-1826) es donà compte de que l'espectre solar no era rigorosament continu, com s'havia suposat fins aleshores, sinó que certes freqüències no hi eren representades. Aquestes carències que es coneixen per *línies d'absorció de Fraunhofer* són específiques dels element químics que formen les capes gasoses que han de travessar els raigs lluminosos. Els diferents elements són identificables per la seva disposició de línies de Fraunhofer, encara que siguin separades dels color corresponents de l'espectre, ja que les proporcions entre les seves distàncies les caracteritzen perfectament. El fenomen és comparable a l'ombra projectada per un conjunt de cordes paral·leles per penjar roba. A vegades pot resultar difícil establir la correspondència entre les cordes i la seva ombra. En canvi si hi ha alguna agulla en les cordes, cada corda queda identificada per les proporcions entre les seves distàncies.

[1] 1 nm, un nanometre és la mil milionèsima part d'un metre.

Gràcies a l'especificitat de les línies de Fraunhofer fou possible descobrir l'heli en la superfície solar[1], abans de tenir constància de l'existència d'aquest element aquí en la terra. S'atribueixen al físic francès A.H.L. Fizeau els primers intents de detectar el desfasament cromàtic de les línies de Fraunhofer en la llum procedent de determinades estrelles, per comprovar materialment l'efecte Doppler en el camp de l'òptica. Ja que els desviaments que es poden observar són molt petits, els primers èxits no foren assolits abans de 1868, quan l'astrònom William Huggins va poder comprovar un petit desfasament en l'espectre de l'estel Sírius.

Més endavant, uns càlculs estadístics aplicats sobre un gran nombre d'estrelles variables i sobre els seus desfasaments cromàtics van permetre avaluar les dimensions de la nostra galàxia i la situació de la nostra terra en ella. Però aquestes qüestions ja no tenen cap relació amb el nostre tema.

[1] Per Pierre Jules César Janssen (1824-1907), l'any 1869.

UN PROGRAMA EN PASCAL

En el capítol LES ESCALES MUSICALS hem mencionat la possibilitat de desenvolupar un nombre real qualsevol en una fracció contínua. A partir d'un exemple senzill que es va presentar en aquell capítol, primer escriurem un programa elemental en *Pascal* que automatitza el procediment.

El *Pascal* es presta especialment bé per a demostrar solucions de programació, ja que va estar creat amb una finalitat essencialment didàctica a l'inici dels anys 1970 pel famós professor de matemàtiques de l'escola politècnica de Zurich Niklaus Wirth. Un programa escrit en Pascal pot ésser adaptat (o traduït) fàcilment a qualsevol llenguatge de programació modular, com ara el C.

El compilador que hem fet servir aquí és el *Turbo Pascal*, versió 7.01 de la casa *Borland*, la versió francesa del qual es pot descarregar gratuïtament en la direcció següent:

http://www.borland.fr/download/compilateurs/

Pels que desconeixen el llenguatge Pascal mencionarem el fet que un programa Pascal sempre s'ha de començar de llegir a partir del cos principal, que comença amb el *begin* corresponent a *l'end* final.

L'exemple que farem servir com a base de les nostres reflexions és el desenvolupament del nombre racional 2,15 en una fracció contínua.

A) CÀLCUL ARITMÈTIC:

$$\begin{aligned}
2{,}15 &= 215 : 100 \\
&= 2 + 15/100 \\
&= 2 + \frac{1}{100/15} \\
&= 2 + \frac{1}{6 + 10/15} \\
&= 2 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{15/10}}
\end{aligned}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + 5/10}}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{10/5}}}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}}$$

B) ALGORISME:

Fem servir quatre variables amb els noms r, s, t i u. El símbol **:=** significa l'assignació d'un valor.

1) r := 215
2) s := 100
3) t := resultat de la divisió de r per s
4) t és el proper element de la nostra successió
5) u := resta de la divisió de r per s
6) r := s
7) s := u
8) Si s és diferent de 0, anar a 3), en cas contrari plegar.

C) EL PRIMER PROGRAMA

Per traduir la idea exposada al llenguatge *Pascal*, hem de tenir en compte el fet de que aquí tractem amb nombres enters. Si intentéssim solucionar el nostre problema amb nombres del tipus *real* o fent servir la divisió corresponent a aquests nombres, podríem obtenir resultats erronis. El mateix passaria, si volguéssim aplicar el nostre algorisme amb una calculadora electrònica.

Aquesta dificultat està derivada del fet següent: Si per exemple amb una calculadora intentem buscar la resta de la divisió de 20 per 5 ens poden passar dues coses:

- La calculadora interpretarà el quocient com a 5+Δ (on Δ és un valor positiu molt petit, l'error inevitable de cada calculadora); en aquest cas la part íntegre del quocient serà 5 i haurem tingut sort.
- La calculadora interpretarà el quocient com a 5-Δ; en aquest cas la part íntegre del quocient serà 4 i el nostre algorisme ens donarà un resultat erroni.

Per sort, la majoria dels llenguatges de programació permeten treballar amb nombres enters (nosaltres aquí farem servir el tipus *longint*) i amb les operacions aritmètiques corresponents. El *Pascal* ens ofereix l'operació *div* per a efectuar la divisió de dos nombres enters i de *mod* per a calcular la resta d'aquesta divisió.

Vet aquí la primera versió del nostre programa:

```
program petit;
var     r, s, t, u: longint;


procedure dividir;
begin
  t := r div s;
  u := r mod s;

  writeln (t);

  r := s;
  s := u
end;


begin
  r := 215;
  s := 100;

  repeat
    dividir
  until s = 0
end.
```

D) VERSIÓ PER A NOMBRES GRANS

Finalment presentarem una manera d'eludir la limitació a determinat nombre de decimals inherent a la majoria dels compiladors, programant les diferents operacions aritmètiques des de la base.

GRANNOMB, la unitat de *Pascal* que presentem aquí, pot servir per exemple per a calcular les n primeres decimals d'algun nombre irracional (com ara π) o per a crear un programa que calcula amb fraccions. Aquí el nombre de posicions dels nombres del tipus *grannombre* és de 50. Però com veurem més endavant, és fàcil augmentar aquest nombre fins als límits que ens imposa el nostre sistema.

La nostra unitat G*RANNOMB* disposa d'un procediment de la forma *divi (**a, b,** t, u)* en el qual a i b són paràmetres constants, mentre que t i u són variables. Aquest procediment substitueix t pel quocient de a per b. El paràmetre u ens retorna la resta d'aquesta divisió.

Per posar un nombre a 0 (en el nostre cas és el que hem de fer amb la variable anomenada *el_zero*) disposem del procediment *zero*. Per entrar un nombre pel teclat fem servir el procediment capta_nombre, que no només inclou el paràmetre variable corresponent al nombre de tipus *grannombre* en qüestió, sinó que també inclou una variable lògica[1] que agafa el valor *true* en el cas de que s'hagi pitjat la tecla *ESC*.

Per visualitzar un nombre del tipus *grannombre* tampoc ens serveix el procediment *write* propi del *Pascal:* Hem de fer servir el procediment *visu* de la nostra unitat.

Finalment fem servir la funció *igual (a, b),* que ens torna *true* en el cas de que a i b són iguals, i *false* en el cas contrari, per a comprovar, si la nostra variable s és igual a zero.

Disposant d'aquesta unitat el nostre programa anterior agafa aquesta forma:

```
program gran1;
uses    grannomb;
var     r, s, t, u       : grannombre;
        el_zero          : grannombre;
        sortir           : Boolean;


procedure dividir;
begin
  divi (r, s, t, u);
  write ('    ');
  visu (t);
  writeln;
  r := s;
  s := u
end;


begin
  zero (el_zero);

  write ('r = ');
  capta_nombre (r, sortir);
  writeln;

  write ('s = ');
  capta_nombre (s, sortir);
  writeln;
  writeln;

  repeat
    dividir
  until igual (s, el_zero)

end.
```

[1] Aquí anomenada Boolean en honor al matemàtic George Boole (1815-1864).

E) VERSIÓ MILLORADA DEL PROGRAMA ANTERIOR

Per evitar sobrecarregar el nostre exemple, hem renunciat a fer servir la variable lògica *overflow* de la nostra unitat GRANNOMB, que ens permet detectar si en algun moment s'ha efectuat una operació que va més enllà de l'àmbit dels nostres nombres; entre altres, *overflow* es posa a *true* en el cas de que s'intenti dividir per zero.

Tampoc hem tret partit de la variable de tipus *Boolean* (variable lògica que només accepta els valors *true* o *false*, és a dir cert o fals) del procediment *capta_nombre*.

El programa millorat podria tenir l'aspecte següent:

```
program gran2;
uses    grannomb;
var     r, s, t, u       : grannombre;
        el_zero          : grannombre;
        sortir           : Boolean;


procedure deixar;
begin
  writeln;
write ('Interrupció del programa per pitjar ESC...');
  halt                     { interrupció del programa }
end;


procedure advertiment;
begin
  writeln;
  write ('Overflow! El resultat no és fiable!');
  halt
end;


procedure dividir;
begin
  divi (r, s, t, u);

  write ('    ');
  visu (t);
  writeln;

  r := s;
  s := u
end;


begin
  zero (el_zero);

  write ('r = ');
  capta_nombre (r, sortir);
```

```
  if sortir then deixar;
  writeln;

  write ('s = ');
  capta_nombre (s, sortir);
  if sortir then deixar;
  writeln;
  writeln;

  repeat
    dividir
  until igual (s, el_zero);

  if overflow then advertiment

end.
```

F) UNITAT PER A CALCULAR AMB NOMBRES GRANS

Finalment aquí hi afegim un llistat de la unitat GRANNOMB que ens ha permès efectuar càlculs amb una precisió de 50 posicions decimals. Per a superar aquest límit de 50 decimals, podem canviar la primera línia de programació de la nostra unitat i escriure per exemple:

```
const n = 60;
```

A partir d'un cert nombre haurem d'adaptar els procediments de visualització i d'entrada des del teclat. Si deixem créixer desmesuradament el nombre de posicions, vindrà el moment en el qual tindrem problemes amb el màxim *array* acceptat pel compilador, així com amb la memòria *RAM* disponible. Ens podríem plantejar la possibilitat de definir els nombres com a fitxers gravats en un disc dur, cosa que ens permetria treballar amb nombres molt més grans, tot i que els càlculs es veurien frenats per l'accés continuat al disc dur.

Però totes aquestes limitacions no emanen dels procediments aritmètics principals, que serveixen per qualsevol magnitud numèrica.

És programant aquests algorismes que ens adonem de la complexitat inherent a les quatre operacions aritmètiques que saben efectuar la majoria dels nens de 10 o 12 anys.

```
UNIT GRANNOMB;

{$O+}{$F+}

INTERFACE
```

```
USES CRT, DOS;

const n             = 50;  { Defineix el nombre de decimals com
                             a n+1 }
      cadena_buida  = '';
      espai         = chr (32);

type   Decimal      = 0 .. 9;  { Ja que comptem amb sistema
                                 decimal }
       type  tira79 = string [79];
       grannombre   =  record
                         xifra     : array [0 .. n+1] of
                                     Decimal;
                         maxpos    : byte
                       { última posició significativa }
                       end;
{ ----- }
       enter        = record          { per a poder calcular
                                        amb negatius }
                        absolut    : grannombre;
                        positiu    : Boolean
                      end;
{ ----- }

var overflow    : Boolean;  { queda TRUE, si s'ha efectuat
un càlcul que requereix nombres
                              m's grans que els definits per
                              GRANNOMB }
    n_1, n_0    : grannombre;

procedure capta (var ascii, identificador: byte);
procedure capta_nombre (var nombre: grannombre;
                       var esc: Boolean);
procedure visu (nombre : grannombre);
function mesgran (primer, segon: grannombre): Boolean;
function igual (primer, segon: grannombre): Boolean;
procedure un  (var gran: grannombre);
procedure zero (var gran: grannombre);
procedure suma (var resultat: grannombre; a, b: grannombre);
procedure mult (var resultat: grannombre; a, b: grannombre);
procedure dedueix (var resultat: grannombre;
                   a, b: grannombre);
procedure divi (nomi, denomi: grannombre;
                var quocient, resta: grannombre);
procedure simplifica (var a, b: grannombre);
procedure maxcd (var resultat: grannombre; a, b: grannombre);
procedure mincm (var resultat: grannombre; a, b: grannombre);
{ ----- }
procedure suma_enter (var total: enter; a, b: enter);
procedure swap_enter (var primer, segon: enter);
procedure inverteix_enter (var total: enter);
procedure mult_enter (var total: enter; primer, segon : enter);
{ ----- }


IMPLEMENTATION

type              natural     = byte;
                                { compte: si el nombre de
                                  decimals supera l'àmbit dels
                                  byte, emprar
```

```
                              integer, word o similar }


procedure capta;       { Llegeix un caràcter des del teclat }
var       reg   : registers;
begin
reg.AH        := 0;        { Núm. Funció }
  intr (22, reg);            { int 16h   }
  ascii         := reg.AL;
  identificador := reg.AH
end;


function maxim (a, b: natural): natural;
                   { Torna el valor més gran d'entre a i b,
                     que aquí són decimals }
begin
  if a > b then maxim := a else maxim := b
end;


function agafa_cadena (llargada: byte): tira79;
{ Per entrar una cadena numèrica des del teclat }
    const    simbol               = ' ';
    var      cadena               : tira79;
             index,                  { posició en la cadena }
             xx, yy,                 { origen posició cursor }
             asc, ide             : byte;    { ascii,
                                               identificador }
    {----------}
    procedure recula;    { procediment intern a agafa_cadena }
    begin
      gotoxy (wherex-1, yy); { recular cursor }
    end;
    {----------}
    procedure inici;     { procediment intern a agafa_cadena }
    var       i: byte;
    begin
      xx := wherex; yy := wherey;
      cadena := cadena_buida;
      index := 1;
      for i := 1 to llargada do
        begin
          cadena := cadena + espai;
          write (simbol)
        end;
      write (simbol);     { AQUI PER COMPENSAR +/- }
      gotoxy (xx, yy)
    end;
    {----------}

    begin                { de la funció agafa_cadena }
      textbackground (red);
      textcolor (white);
      inici;
      repeat
        capta (asc, ide);

        if (asc > 47) AND
           (asc < 58) then   { si es tracta d'una decimal }
           begin
```

```
             cadena [index] := chr (asc);
             write (chr (asc));
             if index < llargada     { si no és última lletra
                                       de la cadena }
               then     inc (index)
else     recula       { si és l'última lletra }
           end;

        if (   ((asc = 8) and (ide = 14))   { una de les flet-
                                               xes esquerra }
            or ((asc = 0) and (ide = 75))  )
            then
                begin
                  cadena [index] := espai;
                  write (simbol);
                  recula;
                  if index > 1 then
                    begin
                      recula;
                      write (simbol);
                      recula;
                      dec (index);
                      cadena [index] := espai
                    end
                end;

        if      ((asc = 27) and (ide = 1))  { s'ha pitjat ESC }
            or  ((index = 1) and (asc = 13))   { cad. "buida" }
          then
          begin
            cadena := chr (27);
            asc := 13        { per saltar el repeat }
          end;


      until asc = 13;
      while cadena [length (cadena)] = espai do
        cadena := copy (cadena, 1, length (cadena) - 1);
      agafa_cadena := cadena;

      { ara ja es pot tornar manipular cadena }
      while length (cadena) < n + 1 do cadena := espai
                                         + cadena;
                              { el +1 per compensar +/- }
      gotoxy (xx, yy);
      textbackground (7);
      textcolor (0);
      write (cadena);
      normvideo
end;                         { agafa_cadena }


procedure valor (var nombre: grannombre; cad: string);
{ converteix una cadena entrada pel teclat a GRANNOMBRE }
var      i, llargada  : byte;
         s            : string;
         v            : byte;
         code         : integer;

         pos          : byte;
begin
```

```
  llargada := length (cad);
  for i:=n+1 downto llargada do
  nombre.xifra [i] := 0;
  for i:=llargada-1 downto 0 do
    begin
      val (cad [llargada-i], v, code);
      nombre.xifra [i] := v
    end;
  pos := 0; { valor mínim }
  for i:=1 to n do if nombre.xifra [i] <> 0 then pos := i;
  nombre.maxpos := pos
end;


procedure capta_nombre (var nombre: grannombre;
                        var esc: Boolean);
{ Per a entrar un nombre del tipus GRANNOMB des del teclat }
var       cadena : tira79;
begin
  cadena := agafa_cadena (n);
  if cadena = chr (27) then esc := true else esc := false;
  valor (nombre, cadena);
end;


procedure visu (nombre : grannombre);
               { Per a visualitzar un nombre del tipus
                 GRANNOMB a la pantalla }
var       i, k : natural;
begin
  textcolor (15);
  textbackground (7);
  k := n;
  while ((nombre.xifra [k] = 0) and (k > 0)) do dec (k);
  for i:=k+1 to n do write (' ');
  for i:=k downto 0 do write (nombre.xifra [i]);
  normvideo;
end;


function mesgran (primer, segon: grannombre): Boolean;
{ Comprova si primer és més gran que segon }
var      k    : natural;
         prou : Boolean;
begin
  k := maxim (primer.maxpos, segon.maxpos);
  prou := false;
  mesgran := false;
  while not prou do
    begin
      if primer.xifra [k] < segon.xifra [k] then prou := true;
      if primer.xifra [k] > segon.xifra [k] then
         begin
           mesgran := true;
           prou := true
         end;
       if k = 0 then prou := true;
       dec (k)
    end
end;
```

```
function igual (primer, segon: grannombre): Boolean;
{ Comprova si primer és igual a segon }
var      k    : natural;
         prou : Boolean;
begin
  k := maxim (primer.maxpos, segon.maxpos);
  prou := false;
  igual := true;
  while not prou do
    begin
      if primer.xifra [k] <> segon.xifra [k] then
         begin
           igual := false;
           prou := true
         end;
       if k = 0 then prou := true;
       dec (k)
    end
end;


procedure un  (var gran: grannombre);
{ assigna el valor 1 a gran }
var       i : natural;
begin
  gran.xifra [0] := 1;
  for i := 1 to n+1 do gran.xifra [i] := 0;
  gran.maxpos := 0
end;


procedure zero (var gran: grannombre);
{ assigna el valor 0 a gran }
begin
  un (gran);
  gran.xifra [0] := 0;
  gran.maxpos := 0
end;


procedure per10 (var a: grannombre);
{ multiplica a per 10 }
var       i           : natural;
begin
  if overflow then exit;
  if a.maxpos = 0 then if a.xifra [0] = 0 then exit;
  if a.xifra [n] <> 0 then
    begin
      overflow := true;
      exit
    end;
  for i:=a.maxpos+1 downto 1 do a.xifra [i] := a.xifra [i-1];
  a.xifra [0] := 0;
  inc (a.maxpos)
end;


procedure suma (var resultat: grannombre; a, b: grannombre);
{ sumar dos nombres del tipus GRANNOMB }
var       i          : natural;
```

```
          s, guardo : byte;
begin
  if overflow then exit;
  zero (resultat);
  resultat.maxpos := maxim (a.maxpos, b.maxpos);
  guardo := 0;
  for i:=0 to    maxim (a.maxpos, b.maxpos)+1    do
    begin
      s := a.xifra [i] + b.xifra [i] + guardo;
      guardo := s div 10;
      resultat.xifra [i] := s mod 10;
    end;

  if resultat.xifra [i] <> 0 then inc (resultat.maxpos);
  if resultat.maxpos > n then overflow := true
end;



procedure mult (var resultat: grannombre; a, b: grannombre);
{ multiplicar dos nombres del tipus GRANNOMB }
var       i, j          : natural;
          guardo, p     : byte;
          parcial       : grannombre;
begin
  if overflow then exit;

  zero (resultat);

  { Si un dels factors és 0, el resultat és 0: }
  if a.maxpos = 0 then if a.xifra [0] = 0 then exit;
  if b.maxpos = 0 then if b.xifra [0] = 0 then exit;

  { Si tots dos difereixen de 0: }
  for j := 0 to  b.maxpos  do
  begin
    zero (parcial);
    parcial.maxpos := a.maxpos + b.maxpos;
    guardo := 0;
    for i:=0 to n+1 do
      begin
        p := b.xifra [j] * a.xifra [i] + guardo;
        if (i+j<=n) then parcial.xifra [i+j] := p mod 10;
        if i+j > n then if p > 0 then overflow := true;
        guardo := p div 10
      end;
    if guardo <> 0
      then
        begin
          parcial.xifra [i+j+1] := guardo;
          inc (parcial.maxpos)
        end;
    suma (resultat, resultat, parcial);
  end;
end;



procedure dedueix (var resultat: grannombre;
                   a, b: grannombre);     { restar dos nombres
                                            de tipus GRANNOMB,
```

```
                                             només t' sentit si
                                             a > b }
var       i, ultim           : natural;
          d, guardo          : byte;
begin
  if overflow then exit;
  zero (resultat);
  ultim := maxim (a.maxpos, b.maxpos);
  guardo := 0;
  for i:=0 to   ultim   do
    begin
      if a.xifra [i] >= b.xifra [i] + guardo then
        begin
           d := a.xifra [i] - b.xifra [i] - guardo;
           guardo := 0
        end
                       else
        begin
           d := 10 + a.xifra [i] - b.xifra [i] - guardo;
           guardo := 1
        end;
      resultat.xifra [i] := d
    end;
  if guardo <> 0 then overflow := true;

  { es poden haver format zeros a l'esquerra: }
  resultat.maxpos := 0;
  for i:=1 to ultim do if resultat.xifra [i] <> 0
                           then resultat.maxpos := i;
end;


procedure divi (nomi, denomi: grannombre;
                var quocient, resta: grannombre);
                     { dividir dos nombres de tipus
                       GRANNOMB amb resta }
var       pos      : natural;
          aux, Z   : grannombre;
          prou     : Boolean;
          vegades  : byte;
          i        : natural;
begin
  if overflow then exit;
  zero (Z);
  if igual (denomi, Z) then
    begin
      overflow := true;
      exit
    end;
  if mesgran (denomi, nomi) then
    begin
      zero (quocient);
      resta := nomi;
      exit
    end;
  zero (aux); zero (quocient); zero (resta);

  pos := n; {  nomi.maxpos; }
  aux.xifra [0] := nomi.xifra [pos];
  prou := false;
```

```
  repeat

    vegades := 0;
    while (mesgran (aux, denomi) or igual (aux, denomi)) do
      begin
        inc (vegades);
        dedueix (aux, aux, denomi)
      end;


    quocient.xifra [pos] := vegades;
    if pos > 0 then dec (pos) else prou := true;
    if not prou then
      begin
        per10 (aux);
        aux.xifra [0] := nomi.xifra [pos];
      end

  until prou;
  resta := aux;

  { treure els zeros a l'esquerra: }
  resta.maxpos := 0;
  for i:=1 to n do if resta.xifra [i] <> 0 then
                                          resta.maxpos := i;
  quocient.maxpos := 0;
  for i:=1 to n do if quocient.xifra [i] <> 0 then
                                       quocient.maxpos := i;
end;


procedure maxcd (var resultat: grannombre; a, b: grannombre);
{ Màxim Comú Divisor }
var       quocient, resta, Z    : grannombre;
begin
  zero (Z);
  if (igual (a, Z) or igual (b, Z)) then overflow := true;
  if overflow then exit;
  repeat
    divi (a, b, quocient, resta);
    a := b;
    b := resta
  until igual (resta, Z);
  resultat := a
end;


procedure simplifica (var a, b: grannombre);
{ simplificar fracció a/b }
var       d, resta : grannombre;
begin
  maxcd (d, a, b);
  divi (a,d,a,resta);
  divi (b,d,b,resta)
end;


procedure mincm (var resultat: grannombre; a, b: grannombre);
{ Mínim comú múltiple }
var       max : grannombre;
begin
```

```
  if overflow then exit;
  maxcd (max, a, b);
  simplifica (a, max);
{ ja que max també divideix a (max és el màxim comú divisor),
    ara ja només cal multiplicar a amb b: }
  mult (resultat, a, b)
end;


procedure inverteix_enter (var total: enter);
{ passar de positiu a negatiu i a l'inrevés }
begin
  if overflow then exit;
  if total.positiu then total.positiu := false
                   else total.positiu := true
end;


procedure suma_enter (var total: enter; a, b: enter);
begin
  if overflow then exit;
  total.positiu := true; { valor per defecte }

  if a.positiu and b.positiu
  then
    begin
      suma (total.absolut, a.absolut, b.absolut);
    end
  else
  if a.positiu and not b.positiu
  then
    begin
      if mesgran (a.absolut, b.absolut) {*}
      then {*}
        begin
          dedueix (total.absolut, a.absolut, b.absolut)
        end
      else {*}
        begin
          dedueix (total.absolut, b.absolut, a.absolut);
          total.positiu := false
        end
    end
  else
  if not a.positiu and b.positiu
  then
    begin
      if mesgran (b.absolut, a.absolut) {**}
      then {**}
        begin
          dedueix (total.absolut, b.absolut, a.absolut)
        end
      else {**}
        begin
          dedueix (total.absolut, a.absolut, b.absolut);
          total.positiu := false
        end

    end
  else
  if not a.positiu and not b.positiu
```

```
  then
    begin
      suma (total.absolut, a.absolut, b.absolut);
      total.positiu := false
    end
end;


procedure swap_enter (var primer, segon: enter);
var       comodi : enter;
begin
  if overflow then exit;
  comodi := primer;
  primer := segon;
  segon  := comodi
end;


procedure mult_enter (var total: enter; primer, segon : enter);
begin
  if overflow then exit;
  mult (total.absolut, primer.absolut, segon.absolut);
  if primer.positiu = segon.positiu then total.positiu := true
                                    else total.positiu := false
end;



BEGIN
  zero (n_0);
  un (n_1);
  overflow := false
END.
```

RESUM HISTÒRIC

Segle IV a.C. Aristòtil es dóna compte que la velocitat de propagació del so és independent de l'altura (és a dir de la freqüència) del to; queda refutada la teoria anterior, segons la qual l'altura dels tons s'explica per les diferències en les velocitats de propagació.

Segle III a.C. L'enginyer Ctesibios d'Alexandria inventa l'orgue.

235 a.C. Aristoxen descobreix la coma.

Segle I d.C. Vitruvi descriu un teclat.

Segle XIII Llegendari cap artificial parlant d'Albert el Gran (1193-1280).

1350, aprox. Rudolf von Nürnberg inventa un sistema per a estirar filferro amb ajuda de la força hidràulica. Conseqüència: aparició de la cítara amb cordes de filferro.

1482 Bartolomé Ramos proposa un sistema temprat en el seu llibre *"De Musica Tractatus"*.

Segle XVI Zarlino protagonitza els sistemes dels 12 modes.

Segle XVI Els grans anatomistes de l'època, Eustachi, Fallopi i Vesalius descobreixen l'estructura de l'òrgan de l'oïda humana.

Segle XVI Vicentino (1511-72) fa construir un instrument de teclat, en el qual els bemolls es distingeixen dels díesi.

1511 Schlick descriu l'afinació de to mitjà en el seu llibre: *"Spiegel der Orgelmacher und Organisten"*.

1577 El músic invident Francisco de Salinas descriu l'afinació de to mitjà en el seu llibre *"De Musica Libri Septem"*.

Segle XVII Gassendi constata que la velocitat de propagació del so és independent de la freqüència.

Segle XVII Valsalva proposa la teoria auditiva de la ressonància que es basa sobre la hipòtesi que l'anàlisi del so s'efectua dintre l'orella.

1619 Samuel Reyher (1635-1714) es dóna compte que els sons musicals estan compostos d'uns sobretòns a més del fonamental.

1636 Mersenne descobreix els ton parcials.

1638 Galileo Galilei introdueix la noció de freqüència d'una corda vibrant en el seu llibre *"Discorsi"* i demostra que la freqüència depèn de la llargada, de la tensió i de la massa de la corda.

1650, aprox. Otto von Guericke (1602-86) demostra que el so no es propaga en el buit (com ho fa per exemple la llum).

1671 Samuel Morland (1625-85) inventa un megàfon (botzina).

1675 Mercator proposa la divisió de l'octava en 53 comes.

1677 John Wallis publica el descobriment dels parcials superiors per William Noble i Thomas Pigot.

1691 Huygens proposa una escala de 31 tons.

1700, aprox. Denner inventa el clarinet.

1700 Sauveur intenta determinar els límits de l'audició humana.

1707 Sauveur proposa una escala de 43 tons.

1709 Bartolomeo Cristofori publica la descripció del que es pot considerar el primer piano.

1711 John Shore inventa el diapasó.

1713 Sauveur descriu els fenomen de les pulsacions.

1720, aprox. Hochbrucker inventa l'arpa de pedal.

1725 Castel inventa el seu *"Clavecin Oculaire"*.

1731 Holder proposa l'escala de les 53 comes.

1738 Una comissió de científics nomenada per *"l'Académie Royale des Sciences"* (Jacques Cassini, Maraldi, Lacaille i altres) estableix la velocitat de propagació del so en 337 m/s.

1738 Vaucanson presenta un autòmat musical a l'Acadèmia de les ciències.

1743 Jean-Antoine Nollet (1700-1770) comprova la propagació del so en l'aigua.

1745 Sorge descobreix els tons de diferència.

1745 Giuseppe Tartini descobreix els tons de diferència

1760 Engramelle inventa un instrument de teclat gravador, que anota les improvisacions que s'hi toquen.

1761 Delaborde inventa un claveci elèctric.

1763 Benjamin Franklin inventa l'harmònica de cristall.

1773 Broadwood construeix el seu primer piano.

1777 Sébastien Erard construeix el primer piano francès.

1777 Joseph Priestley (1733-1804) descobreix que la velocitat de propagació del so en un gas és proporcional a la seva densitat. Publica el llibre *"Experiments and Observations on Different Kinds of Air"*.

1779 Higgins observa els tons produïts per una flama d'hidrogen en un tub de vidre *("harmònica química")*.

1781 John Broadwood construeix el seu primer piano de cua.

1783 John Broadwood obté la primera patenta d'un pedal de piano.

1789 Erard construeix el primer piano de cua.

1790 Chladni descobreix les figures que porten el seu nom.

1800, aprox. Young enuncia la seva llei sobre la corda vibrant.

1802, aprox. Maelzel construeix el seu *"Panharmonicon"*.

1807 Thomas Young inventa una disposició per a gravar les vibracions d'un diapasó sobre un cilindre recobert d'una capa de sutge.

1814 Descobriment de les línies de Fraunhofer.

1816 Laënnec inventa el primer estetoscopi.

1817 Valentin Haüy (1745-1822) descobreix l'efecte piezoelèctric.

1819 Charles Cagniard de la Tour inventa la sirena.

1820 Oerstedt descobreix l'electromagnetisme.

1822 Fourier formula el seu teorema.

1822 Un grup de científics, entre ells Humboldt, efectuen uns mesuraments de la velocitat del so a París.

1828 Colladon i Sturm mesuren la velocitat del so en l'aigua. Les experiències efectuades en el llac Léman donen el resultat de 1435 m/s.

1830 Flourens localitza el sentit de l'equilibri en els canals semicirculars de l'orella.

1830 Patenta de A. Babcock per un bastidor de piano quadrat de ferro colat d'una sola peça, per cordes encreuades.

1831 Boehm recomana l'encreuament de les cordes del piano.

1831 Boehm inventa la flauta que porta el seu nom.

1834 Webster de Birmingham produeix un fil d'acer que substitueix el filferro en la fabricació de cordes de piano.

1834 E.H. Weber formula la seva llei: *El mínim increment perceptible d'una excitació és una fracció constant del mínim valor perceptible.*

1837 Descobriment de l'efecte de Page.

1837 Wheatstone enuncia la seva teoria dels vocals.

1840 Duhamel elabora un sistema de representació gràfica del so, semblant al *Phonautographe* de Scott.

1842 Doppler descobreix l'efecte que porta el seu nom.

1843 J. Chickering de Boston patenta un bastidor de ferro per a pianos verticals.

1843 Ohm crea la seva teoria dels timbres.

1844, aprox. Hipkins introdueix el temprament igual en l'afinació dels pianos de la casa Broadwood.

1845 "Orchestrion" de Michael Welte.

1846 Corti descobreix les fibres elàstiques que constitueixen l'òrgan que porta el seu nom.

1850 Llei logarítmica de Fechner.

1850 Debain construeix un piano automàtic amb manubri.

1851 Lichtenthal de Sant Petersburg exposa al Hyde-Park un piano de cua amb cordes encreuades i amb dues taules de ressonància, una per a cada direcció de les cordes.

1851 Montal inventa el pedal celest (el de l'esquerra) del piano.

1854 Charles Bourseul (1829-1912) preveu la possibilitat de la construcció d'un telèfon.

1855 L'empresa Pöhlmann millora la qualitat i la resistència a la tracció de les cordes de piano.

1855, aprox. Helmholtz concep el seu sintetitzador de diapasons.

1856 Helmholtz descobreix els tons de suma.

1857 Scott inventa el *"Phonautographe"*.

1857 Helmholtz defensa la teoria auditiva de la ressonància.

1860 Apareix el llibre de G.T. Fechner "Elemente der Psychophysik" que conté la famosa llei, segons la qual la sensació varia com el logaritme de l'excitació.

1861 J.P. Reis inventa el primer telèfon elèctric.

1864 R. Koenig analitza el so mitjançant una càpsula manomètrica combinada amb un mirall rotatiu.

1866 Quincke inventa el tub que porta el seu nom.

1868 Mustel construeix la *Celesta*.

1876 Telèfon d'Alexander Bell.

1877 Hughes inventa el seu micròfon.

1877 Berliner inventa un micròfon.

1877 Charles Cros i Edison inventen (independentment un de l'altre), el fonògraf.

1880 Jules Carpentier combina la tira de paper perforat amb el control penumàtic.

1881 Clément Ader organitza una transferència telefònica en estèreo en directe des de l'Opera de París en el marc de l'Exposició d'electricitat. Els oients portaven auriculars. Els micròfons emprats eren els de la seva pròpia construcció.

1882 Bongardt funda la fàbrica de fil d'acer i de cordes de piano *"Stahl- und Drahtwerk Röslau in Röslau"*.

1882 Fischer i Fritz de Leipzig construeixen *"l'Adiaphon"*, un piano de diapaso.

1885 Paul Lochmann i Ellis Parr inventen el disc perforat pels autòmats musicals.

1886 Teoria de l'audició anomenada *"del telèfon"* de W. Rutherford.

1887 Havent-se posat d'acord amb Tainter, Edison comercialitza un fonògraf amb cilindres de cera i motor elèctric.

1887 Berliner inventa el gramòfon de discos.

1888 Oberlin Smith formula el principi de la gravació d'ones acústiques sobre un soport magnètic.

1888 *"Graphophone"* de G. Bell, Chichester Bell i Tainter.

1895 Aeolian comercialitza una pianola de tipus *Vorsetzer* destinada a reproduir bobines de paper amb perforacions metronòmiques.

1896 Marconi patenta un sistema de telegrafia sense fils, precursor de la moderna radiotelefonia (o radiofonia).

1896 François Dussaud presenta el primer fonògraf elèctric.

1897, aprox. *Dynamophone* de Cahill.

1898 L'alemany Simon demostra que una llum d'arc voltaic es presta per a reproduir els sons transmesos per un micròfon (arc parlant de Duddell).

1898 Primeres experiències de Poulsen en el camp de la magnetofonia.

1898 Sabine troba la seva fòrmula.

1899 Introducció de les bobines inductores en les xarxes telefòniques.

1899 Augustus Stroh obté una patenta pel seu model de violí, en el qual les taules de ressonància són substituïdes per una membrana fonogràfica i un pavelló.

1899 Ludwig i Pfefferkorn ideen un sistema de gravació fonogràfica amb un estilet escalfat en un medi fusible.

1900, cap a l'any Marconi i Popov inventen la radiotelefonia (també anomenada radiofonia o radio).

1900, aprox. Els germans Pathé adquireixen totes les patentes d'Edison relacionades al fonògraf.

1900 El *"Telegraphone"* de Poulsen, precursor del magnetòfon, es presenta a l'Exposició Universal.

1900 Edwin S. Votey crea la *"Pianola"* amb mecanisme pneumàtic incorporat.

1901 L'empresa Aeolian introdueix la línia *"Metrostyle"* en els rulls de pianola.

1901 Duddell inventa l'arc parlant.

1902 Hupfeld construeix la *"Phonola"* (Vorsetzer), la primera pianola fabricada a Alemanya.

1902 Léon Gaumont realitza la primera pel·lícula parlant, amb discos fonogràfics.

1903 Edison troba un sistema d'emmotllament dels cilindres fonogràfics.

1903 Poulsen patenta el seu sistema de polarització dels medis magnetofònics amb corrent contínua.

1903 Torres Quevedo patenta el *Telekino*, el primer manament a distància basat sobre ones de ràdio amb el comentari: "Un sistema denominado *Telekino* para gobernar a distancia un movimiento mecánico".

1904 Welte patenta un sistema per a la diferenciació dinàmica dels tons d'una pianola.

1904 Welte presenta el seu piano de reproducció.

1904 Vàlvula díode de Fleming.

1905 Amplificació fonogràfica per fricció (Wawrina).

1906, aprox. La companya Aeolian introdueix el sistema *"Themodist"* en les pianoles.

1906 Busoni idea una divisió de l'octava en terceres i sextes parts de to.

1906 Ruhmer estableix una connexió telefònica sobre una distància de 3000 m amb un arc elèctric i una resistència fotoelèctrica.

1907 Otto Weiss inventa el fonoscopi, un dispositiu per l'anàlisi i la gravació de sons de poca intensitat.

1907 Hupfeld comercialitza el seu primer piano de reproducció, el *"DEA"*.

1907 Lee De Forest inventa el tríode de buit.

1908 Edison produeix cilindres de la mateixa mida , però amb duració doble (4 minuts), els *"Amberol Cylinders"*.

1908 En el conveni de Buffalo els fabricants americans de pianoles creen una norma per a unificar els rulls de 88 notes.

1908 Hupfeld comercialitza el seu violí automàtic, *"Violina"*.

1908 L'empresa Hupfeld introdueix el sistema *"Solodant"* en les pianoles, que correspon al sistema americà *"Themodist"*.

1908 Fundació de la *"**Am**erican **Pi**ano **Co**mpany"* (Ampico) per fusió de tres empreses.

1910 Léon Gaumont inventa un sistema d'amplificació pneumàtica del so mitjançant aire comprimit.

1912 Es funda la primera fàbrica de rulls de pianola de Catalunya a la Garriga.

1912 Clusters de Henry Cowell.

1912 Edison comercialitza uns cilindres fonogràfics irrompibles de cel·luloide, els *"Blue Amberol Cylinders"*.

1912 Presentació del *Mélographe* de Nyström, un piano de reproducció que permetia l'accentuació individual de cada nota, però que mai no es va fabricar en sèrie.

1913 Edison comercialitza discos fonogràfics amb gravació vertical, els *"Edison Diamond Discs"*.

1913 La companyia *Aeolian* crea el *DUO-ART* (80 tons), que es pot utilitzar com a piano de reproducció o com a pianola.

1913 La *"American Piano Company"* crea el piano de reproducció *"Ampico"*.

1913 *Orgue Filharmònic* de Welte.

1913 Bruitisme dels futuristes.

1914 Haba crea el seu sistema dels quarts de to.

1914 Strawinsky escriu un estudi per a pianola.

1918, a partir de Ús del tríode en telefonia.

1918 Armstrong inventa el receptor Superheterodyn.

1920 G.W. Stewart construeix el "Phaser", un generador de sons que permet obtenir dos tons desfasats a voluntat.

1920, a partir de Es comença a estudiar el procés de la digitalització del so en els laboratoris Bell.

1922 Thomas Wilfried crea un instrument sinestèsic, el *Clavilux,* que projecta colors sobre una pantalla.

1922 J.Q. Stewart construeix un generador elèctric de vocals.

1922 Hans Vogt presenta a Berlín la primera pel·lícula sonora amb so fotofonogràfic.

1923, a partir de Dodecatonisme de Schönberg.

1925 Els discs es comencen de gravar amb el sistema electromecànic.

1926 Karl Daniel (*1905) efectua les primeres experiències amb la seva cinta phonographica.

1926 Als Estats Units es projecta la pel·lícula *Don Juan*, una pel·lícula sonora amb discs sincronitzats.

1927 Carlson i Carpenter patenten un sistema de polarització amb corrent alterna dels suports magnetofònics.

1927 John Logie Baird enregistra imatges de televisió sobre discs de 78 revolucions.

1927 Superpiano, un instrument fotoelèctric de teclat de Spielmann.

1928 Martenot inventa les Ondes Martenot, un instrument que combina l'acústica tradicional amb l'electroacústica.

1928 Fritz Pfleumer patenta un recobriment de cinta magnetofònica amb pols magnètica.

1928 Békésy inicia l'estudi del mecanisme auditiu.

1929 Magnetòfon de Stille amb fil d'acer.

1930 *Trautonium* de Trautwein.

1930 El físic Nernst desenrotlla el piano electroacústic Neo-Bechstein.

1931, a partir de Leopold Stokowsky fa una sèrie d'experiments per a reduir la velocitat dels discos fonogràfics a 33 1/3 revolucions al minut, tot i augmentant la llargada del recorregut.

1932 L'anglès Alan Dower Blumlein fabrica un disc estereofònic.

1934 Harvey Fletcher fa una demostració pública del so estereofònic.

1935, aprox. Cinta magnetofònica amb suport de plàstic.

1935, aprox. Mossèn Pujet a París construeix el seu *Orgue Radio-Synthétique.*

1935, aprox. Es comercialitza *l'orgue de Hammond.*

1936 Leo Fender comercialitza una de les primeres guitarres elèctriques.

1936 L'empresa Welte construeix la *Lichttonorgel.*

1936 Karl Daniel presenta el seu *Tefifon* a l'exposició de ràdio de Berlín; es tracta d'una mena de tocadiscs que treballa amb una cinta en lloc del disc. El solc s'explora amb una agulla.

1937 Primer magnetòfon portàtil.

1939 En els laboratoris Bell, H.W. Dudley desenvolupa el *Voder*, un sintetitzador de la paraula.

1939 En els laboratoris Bell, A.H. Reeves posa els fonaments d'un sistema de digitalització del so, la *"modulació lineal de codi d'impuls".*

1939 Edwin Howard Armstrong inventa la modulació de freqüència (FM) per la radiofonia.

1940 CBS presenta un sistema de televivió en color.

1945, a partir de Música electroacústica.

1948 L'empresa *Columbia* comercialitza el primer disc *LP* de 33 1/3 revolucions.

1948, a partir de Gravació d'imatges televisives sobre cinta magnètica.

1948 Bardeen, Brattain i Shockley inventen el transistor en els laboratoris Bell.

1949 RCA Victor crea el disc 'Single' amb 45 Revolucions per minut.

1951 Aeolian comercialitza una pianola de tipus Vorsetzer portàtil. Aquí s'interromp de moment la història del piano automàtic.

1951 Es comercialitza el *Tefifon*, una mena de tocadiscs que treballa amb una cinta en lloc del tradicional disc.

1951 C. A. Culver construeix un analitzador espectral electrònic d'ones acústiques.

1953 Gravació en diagonal de les cintes de vídeo.

1957 Sistema SECAM per la televisió en color.

1958 Discos *LP* estereofònics.

1958 Ampex construeix el primer magnetoscopi de color.

1961 Primeres emissions de ràdio en FM estereofòniques.

1963 Philips Compact Cassette.

1963 Sistema PAL per la televisió en color.

1969 L'exèrcit dels Estats Units inaugura *l'Arpanet*, el predecessor de l'Internet.

1970 Telefunken fabrica el primer disc vídeo de color analògic amb exploració mecànica.

1972 *Laservision*, tocadiscs vídeo de Philips.

1975 Primeres pe·lícules cinematogràfiques amb so en estèreo i supressió de brunzit de tipus Dolby A.

1975 Sistema Betamax de Sony.

1975 JVC introdueix l'VHS.

1979 El satèl·lit de televisió *Telstar* es posa en òrbita.

1983 Els primers CD d'àudio apareixen en el mercat.

1983 Sascha Reckert inventa el *Verrophon*, un nou model d'harmònica de cristall.

1983 Es comercialitzen els primers equips de disc compactes, *CD, Compact Disc.*

1987 A l'Institut Fraunhofer d'Erlangen es comença a estudiar la possibilitat de comprimir els fitxers informàtics de so, aprofitant les deficiències auditives humanes per a estalviar memòria informàtica.

1988, a partir de Discs digitals de vídeo.

1989 L'Institut Fraunhofer patenta el seu algoritme que més endavant permetria l'MP3.

1990, aprox. L'empresa Yahama comercialitza el seu Disklavier.

1994 Es publiquen les especificacions MPEG-2, base de l'MP3.

1995 Es creen els discs DVD.

1997 Tomislav Uzelac crea amb el seu AMP el primer reproductor per MP3.

1999, a partir de Reproductors MP3 portàtils.

2000 Disney presenta la pel·lícula *Fantasia 2000*.

BIBLIOGRAFIA

Alembert, Jean Le Rond d', *Éléments de musique théorique et pratique suivant les principes de M. Rameau.* Paris, 1752.

Bach, C.P.E., *Versuch über die wahre Art, das Clavier zu spielen.* Berlin, 1753.

Bédos, Dom, *L'Art du Facteur d'Orgues.* 1766.

Békésy, György, també Georg von, *Experiments in Hearing. (Translated and edited by E.G. Wever).* New York, 1960

Blaserna, Pietro, *La teoria del suono nei suoi rapporti con la musica.* 1875.

Blaserna, Pietro, *Le son et la musique.* Paris, 1877.

Böhm, Theobald, *Über den Flötenbau und die neuesten Verbesserungen desselben.* Mainz, 1847.

Bosanquet, Robert Holford Macdowall, *Temperament of the Division of the Octave*. 1874.

Bosanquet, Robert Holford Macdowall, *An Elementary Treatise on Musical Intervals and Temperament. With an Account of an Enharmonic Harmonium...* London, 1876.

Bosanquet, Robert Holford Macdowall, *Relative Between Notes of Open and Stopped Pipes.*

Bouasse, H., *Bases physiques de la musique.* Paris, Gauthier-Villars, 1906.

Bouasse, H., *Acoustique générale (ondes aériennes).* Paris, 1926.

Bouasse, H., *Acoustique: Cordes et membranes (Instruments de musique à cordes et à membranes).* 1926.

Bouasse, H., *Tuyaux et résonateurs (Introduction à l'étude des instruments à vent).* Paris, 1929.

Bouasse, H., *Tourbillons. Forces acoustiques. Circulations diverses.* 2 Volumes, 1931/32.

Castel, Louis Bertrand Richard, *"Mercure"*, 1725

Caus, Salomon de, *Les raisons des forces mouvantes, avec diverses machines, tant utiles que plaisantes.* Frankfurt, 1615.

Chladni, Ernst Florenz Friedrich, *Die Akustik.* Leipzig, 1802.

Chladni, Ernst Florenz Friedrich, *Neue Beiträge zur Akustik.* Leipzig, 1817.

Delézenne, Charles Edouard Joseph, *Mémoire sur les valeurs numériques des notes de la gamme. (Recueil des travaux de la Société des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille 1826/27, pages 1-65)*. Lille, 1827.

Du Moncel, Théodore Achille Louis, *Le téléphone, le microphone et le phonographe*. 1878.

Du Moncel, Théodore Achille Louis, *Le microphone, le radiophone et le phonographe*. 1882.

Dussaud, François, *Les lentilles acoustiques*. 1895.

Dussaud, François, *Le téléphone haut parleur*. 1898.

Dussaud, François, *Le téléphone sans fil*. 1898.

Dussaud, François, *Théorie des nouveaux procédés d'amplification des sons*. 1899.

Duverney, Joseph Guichard, *Traité de l'organe de l'ouïe, contenant la structure, les usages et les maladies de toutes les parties de l'oreille, par M. Du Verney*. Leide, 1731.

Ellis, Alexander J., *Über die Tonleitern verschiedener Völker*. München, 1922.

Ellis, Alexander J., *Studies in the history of Musical Pitch*. Amsterdam, 1968 (Reedició).

Engramelle, Le Père Marie Dominique Joseph, *La tonotechnie, ou l'art de noter les cylindres et tout ce qui est susceptible de notage dans les instruments de concerts mécaniques, ...* Paris, 1775.

Euler, Leonard, *Tentamen novae theoriae musicae*, Petropoli, 1739.

Fechner, Gustav Theodor, *Elemente der Psychophysik*. 1860.

Fechner, Gustav Theodor, *In Sachen der Psychophysik*. Leipzig, 1877.

Fletcher, Harvey, *Speech and Hearing*. 1929.

Fletcher, Harvey, *Speech and Hearing in Communication*. 1952.

Fourier, Jean Baptiste Joseph, *Théorie analytique de la chaleur*. 1822.

Gaforio, Franchino, *Franchini Gafori Landensis Musici professoris theoricum opus armonice discipline (?)*. Napoli, 1480.

Glareanus, *Dodecachordon*. Basilea, 1547.

Green, David M., *An introduction to Hearing*. 1976.

Haba, Aloys, *Neue Harmonielehre des diatonischen, chromatischen, Viertel-, Drittel-, Sechstel- und Zwölftel-Tonsystems*. 1927.

Helmholtz, Hermann von, *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1863.
(Existeix una reedició feta l'any 1954 per l'editora "Dover publications, Inc., New York" de la segona edició de la traducció anglesa de l'obra per A.J. Ellis: On the Sensations of Tone, traduïda en 1885)

Hipkins, A.J., *A Description and History of the Pianoforte*. London, 1896.

Holder, William, *Elements of Speech; an essay of inquiring into the natural production of letters...* London, 1669.

Holder, William, *A Treatise on the Natural Ground and Principles of Harmony*. London, 1694.

Hopkins, E.J. & Rimbault, E.F., *The Organ, its History and Construction.* London, 1870.

Kircher, Athanasius, *Musurgia Universalis sive Ars Magna Consoni et Dissoni in X Libros Digesta*, 1650.

Kircher, Athanasius, *Phonurgia Nova sive Conjugium Mechanic-physicum Artis & Naturae Paranympha Phonosophia Concinnatum*, 1673

Koenig, Rodolphe, *Catalogue des appareils d'acoustique.* 1859.

Koenig, Rodolphe, *Quelques expériences d'acoustique.* Paris, 1882.

Kundt, August Adolph Eduard Eberhard, *Über die Mittheilung des Tones longitudinal schwingender Stäbe und Röhren an die umgebende Luft.* 1865.

Kundt, August Adolph Eduard Eberhard, *Über die Schallgeschwindigkeit der Luft in Röhren.* (Aus: Monatsbericht der königlichen Akademie der Wissenschaft, Berlin, 19.12.1867)

Kundt, August Adolph Eduard Eberhard, *Über die Schwingungen der rechteckigen, insbesondere der quadratischen Luftplatten.* (Aus: Annalen der Physik und Chemie, Band CL)

Kundt, August Adolph Eduard Eberhard, *Vorlesungen über Experimentalphysik.* Braunschweig, 1903.

Kützing, Carl, *Theoretisch-praktisches Handbuch der Pianoforte-Baukunst, mit Berücksichtigung der neuesten Verbesserungen, bearbeitet von Carl Kützing.* Bern und Chur, 1833.

Kützing, Carl, *Beiträge zur praktischen Akustik als Nachtrag zur Fortepiano- und Orgelbaukunst.* Bern, 1838.

Kützing, Carl, *Theoretisch-praktisches Handbuch der Orgelbaukunst.* Bern, 1843.

Kützing, Carl, *Das Wissenschaftliche der Fortepianobaukunst.* Bern, Chur und Leipzig, 1844.

Mahillon, Victor Charles, *Éléments d'acoustique musicale et instrumentale, comprenant l'examen de la Construction théorique de tous les instruments de musique en usage dans l'orchestration moderne.* Bruxelles, 1874.

Marpurg, Friedrich Wilhelm, *Anfangsgründe der theoretischen Musik.* Leipzig, 1757.
(Existeix una edició en facsímil: New York, 1966)

Marpurg, Friedrich Wilhelm, *Versuch über die musikalische Temperatur.* Breslau, 1776.

Mayer, Alfred Marshall, *Sound.* 1878.

Mersenne, Marin, *Harmonie universelle.* 1636.

Miller, Dayton Clarence, *The Science of Musical Sounds.* New York, 1916.

Montal, Claude, *Abrégé d'accorder soi-même son piano.* 1834.

Montal, Claude, *Traité complet de l'accord du piano.* 1836.

Montal, Claude, *Notice raisonnée sur les perfectionnements introduits dans la fabrication des pianos.* 1852.

Priestley, Joseph, *Experiments and Observations on Different Kinds of Air.*

Rameau, Jean Philippe, *Nouveau système de musique théorique.* Paris, 1720.

Rameau, Jean Philippe, *Traité de l'harmonie réduite à des principes naturels.* 1721.

Rameau, Jean Philippe, *Démonstration du principe de l'harmonie.* 1750.

Ramos de Pareja, Bartolomé, *De musica tractatus, sive musica practica Bononia, dum eam ibid, publice legeret.* 1482.

Rayleigh, John William Strutt, *The Theory of Sound.* 2 Volums, 1894, 1896.

Rousseau, Jean Jacques, *Dictionnaire de Musique.*

Rutherford, William, *Text Book on Physiology.*

Rutherford, William, *Outline of Practical Histology.*

Sabine, Wallace Clement, *Collected papers on Acoustics.* Harvard, 1927.

Salinas, Francisco, *De Musica Libri septem, in quibus ejus doctrinae veritas tamquam ad harmoniam quam quae ad rhythmum pertinet, juxta sensus ac rationis judicium ostenditur.* Salamanca, 1577.

Sauveur, Joseph, *Principes d'acoustique et de musique ou système général des intervalles des sons.* Paris, 1701.

Savart, Félix, *Mémoire sur la construction des instruments à cordes et à archet.* Paris, 1819.

Schaeffer, Pierre, *À la recherche d'une musique concrète,* 1952.

Schlick, Arnold, *Spiegel der Orgelmacher und Organisten.* Mainz, 1511.
(Existeix una edició en facsímil amb traducció a l'anglès, Knuf, 1980)

Seashore, Carl Emil, *Psychology of Music.*

Smith, Robert, *Harmonics, or the Philosophy of Musical Sounds.* Cambridge, 1749.
(Existeix una edició en facsímil, New York, Da Capo Press, 1966)

Sorge, Georg Andreas, *Anweisung zur Stimmung und Temperatur in einem Gespräch.* 1744.

Sorge, Georg Andreas, *Zuverlässige Anweisung Klaviere und Orgeln gehörig zu temperieren und zu stimmen.* 1758.

Trautwein, Friedrich Adolf, *Trautoniumlehre.* 1936.

Tyndall, John, *Lectures on Sound.* 2ª edició, 1869.
(Existeix una traducció al francès: *Le son,* 1869 i una altra a l'alemany, *Der Schall,* 1869)

Unger, Johann Friedrich von, *Entwurf einer Maschine, wodurch alles, was auf dem Klavier gespielt wird, sich von selber in Noten setzt.* 1774.

Valsalva, Antonio Maria, *De Aure humana tractatus in quo integra fabrica, multis novis inventis et iconismis illustrata describitur, omniumque ejus partium usus indagantur quibus interposita est musculorum uvulae, atque pharyngis nova descriptio et delineatio, Auctore Antonio Maria Valsalva,...* 1707.

Vesalius, Andreas, *De humanis corpore libri septem.* Basilea, 1543.

Vicentino, Nicholas, *Descrizione dell' archiorgano.* 1561.

Weber, Ernst Heinrich, *De aure et auditu hominis et animalium.* 1820.

Weber, Ernst Heinrich, *Der Tastsinn und das Gemeingefühl.* 1851.

Werckmeister, Andreas, *Musikalische Temperatur; oder deutlicher und wahrer mathematischer Unterricht, wie man durch Anweisung des Monochordi ein Clavier, sonderlich die Orgelwerke, Positive, Regale, Spinetten, und dergleichen wol temperirt stimmen könne.* Frankfurt und Leipzig, 1691.

Wever, Ernest Glen, *Physiological Acoustics.* Princeton, 1954.

Wever, Ernest Glen, *Theory of Hearing.* New York, 1949.

Young, Thomas, *Outlines and Experiments respecting Sound and Light.* En els *"Philosophical Transactions";* aprox. 1799.

Young, Thomas, *Miscellaneous Works.* London, 1855 (4 volums).

Zarlino, Gioseffo, *Instituzioni harmoniche, divise in quattro parti.* 1558.

DADES BIOGRÀFIQUES

ADER, CLÉMENT (1841-1925) Enginyer i aviador francès que inventà un micròfon a la vora de 1880.

ALBERT EL GRAN (1193-1280) Filòsof erudit, alquimista i gran divulgador de les teories aristotèliques. Posseí un cap artificial que tenia la facultat de pronunciar paraules.[1]

ARISTOXEN DE TARENT (350-300 a.C., aprox.) Teòric de la música grec que va deixar els tractats de música més antics que es coneixen: *"Elements harmònics"* i *"Elements rítmics"*.

BARBIERI (o Barberi o similar) Suposadament fabricant italià d'orgues mecànics portàtils que es coneixen per "Orgues de Barbarie", al final del segle XVIII.

BÉKÉSY, GYÖRGY (també: Georg von) (1899-1972) Premi Nobel de medecina per les seves investigacions sobre l'audició humana.

BELL, ALEXANDER GRAHAM (1847-1922) Acústic que va inventar el telèfon.

BELL, CHICHESTER Químic, cosí de Graham Bell, coinventor del *Graphophone*, un fonògraf amb cilindres de cera.

BERLINER, EMIL (1851-1929) Físic, inventor i filantrop alemany. Va introduir la bobina d'inducció en la telefonia, l'any 1876. L'any següent va inventar un micròfon. En 1887 va patentar el gramòfon de discos. A la vora de 1925 va inventar una rajoles de construcció per a l'aïllament acústic. En Estats Units va fundar el "Bureau of Health Education" dedicat a la prevenció de malalties contagioses, especialment la tuberculosis.

BERNOULLI Família de matemàtics suïssos, els membres més destacats de la qual són:

Daniel (1700-1782).

Johann (1667-1748), el pare de l'anterior.

Jakob (1654-1705), oncle de Daniel.

---

[1] Alguna font ens indica que aquest cap fou destruït per iniciativa de Sant Tomàs d'Aquino (1227-1274), que hi veié un invent diabòlic.

BLASERNA, PIETRO (1836-1917) Professor de física a Palermo i a Roma i investigador en el camp de l'acústica.

BOSANQUET, ROBERT HOLFORD MACDOWALL (1841-1912) Acústic anglès.

BROADWOOD, JOHN (1732-1812) Ebanista anglès que es va convertir en constructor d'instruments. L'any 1761 es va associar amb el constructor d'arpes d'origen suís Burkat Shudi (o Burkhardt Tschudi) i en 1773 va construir el primer piano, còpia d'un model de Johann Zumpe. En 1781 fabricaren llur primer piano de cua.

CAGNIARD DE LA TOUR, CHARLES (1777-1859) Físic i inventor francès, que va inventar la sirena en 1819. A partir de 1851 era membre de *"L'Académie des Sciences"*.

CARPENTIER, JULES ADRIEN MARIE LOUIS (1851-1921) Enginyer i inventor francès. Va inventar un *"Mélographe"* per a anotar improvisacions tocades al piano i un aparell anomenat *"Mélotrope"* que permetia tornar reproduir automàticament mitjançant un piano les peces gravades pel *"Mélographe"*.

CASTEL, LOUIS BERTRAND RICHARD (1688-1757) Jesuïta i matemàtic francès. Preocupat per les arts sinestètiques, va crear un instrument de teclat que combinava la música amb efectes de colors, el *Clavecin Oculaire,* descrit en la seva obra *"Mercure",* de 1725 i en el *"Journal de Trevaux"*, 1735. Publica també l'obra *"Optique de couleurs"*, 1746.

CAUS[1], SALOMON DE (1576-1626) Enginyer i físic francès, que va descriure el que es pot considerar la primera màquina de vapor en el seu llibre *"La raison des forces mouvantes..."* de 1615. També hi descriu un orgue automàtic de cilindres.

CAVAILLÉ-COLL Famosa família d'orgueners, els membres més destacats de la qual són:

JOSEPH CAVAILLÉ a Toulouse (1705-1767).

JEAN-PIERRE CAVAILLÉ (1743-1809), nebot i alumne de l'anterior.

DOMINIQUE HYACINTHE CAVAILLÉ I COLL (1771-1862), fill i alumne de l'anterior. Orgues de Puigcerdà, Santa Maria del Mar de Barcelona, Vic.

ARISTIDE CAVAILLÉ-COLL (1811-99). Orgues del Pantéon, Madeleine, restauracions de les de Saint Sulpice, Nôtre Dame, a París.

CHLADNI, ERNST FLORENZ FRIEDRICH (1756-1827) Físic i sobretòt acústic alemany. Se li deu el descobriment de les figures que porten el seu nom i la invenció d'alguns instruments musicals que no s'han pogut introduir en la pràctica, com ara el *Clavicilindre* i *l'Eufonium.*

---

[1] També es troben les grafies *Caux, Cauls, Caulx,...*

CLAGGET, CHARLES (1755-1820) Violinista, compositor i inventor d'instruments musicals anglès. Entre altres invents va crear un instrument de percussió basat en el diapasó.

CORTI, ALFONSO (1822-88) Històleg italià que va descobrir en 1846 les fibres que constitueixen l'òrgan que porta el seu nom.

CRISTOFORI, BARTOLOMEO (1665-1731) Constructor d'instruments italià que inventà la forma primitiva del piano en 1709 (aproximadament), instrument que anomenà *"Clavicembalo col piano e forte"*.

CROS, CHARLES (1842-88) Poeta i científic francès, que inventà el fonògraf abans d'Edison i que fou un capdavanter en el camp de la fotografia dels colors.

D'ALEMBERT, JEAN LE ROND (1717-83) Matemàtic i filòsof francès, un dels personatges més importants de la Il·lustració. Entre altres fou un dels protagonistes de l'Enciclopèdia, conjuntament amb Diderot. En 1762 publicà el seu llibre *"Éléments de musique..."*.

DEBAIN, ALEXANDRE FRANÇOIS (1809-77) Fabricant d'instruments musicals, que va inventar *l'harmonium,* així com diferents instruments automàtics, entre altres un precursor de la pianola.

DE FOREST, LEE (1873-1961) Inventor nord americà . L'any 1906 patentà el seu tríode *"Audion",* que revolucionaria l'electrònica.

DELÉZENNE, CHARLES EDOUARD JOSEPH (1776-1866) Físic francès que s'interessà pel problema de les escales musicals. Se li deu una variant de l'escala de Zarlino.

DENNER, JOHANN CHRISTOPH (1655-1707) Constructor d'instruments alemany que va inventar el clarinet a la vora de 1700.

DÍDIM (vora l'any 50 a.C.) Savi grec a qui s'atribueix la coma de fracció 81/80.

DUDDELL, WILLIAM (1872-1917) Enginyer anglès que descobrí el fenomen que li permetrien construir els arcs parlants. També és inventor d'un oscil·lògraf (1900).

DUHAMEL, JEAN MARIE CONSTANT (1797-1872) Matemàtic francès. Creà en 1840 un procediment de representació gràfica del so per un estilet que gravava les vibracions en una capa de sutge. El sistema de Duhamel és un predecessor del *Phonautographe* de Scott.

DULONG, PIERRE LOUIS (1785-1838) Químic, físic, metge i botànic francès, que va efectuar mesuraments de la velocitat de propagació del so en diferents gasos, per a confirmar la corresponent fórmula de Laplace que corregeix la que va intuir Newton.

DU MONCEL, THÉODORE ACHILLE LOUIS (1821-84) Arqueòleg, investigador de l'electricitat i inventor francès. Se li atribueix la invenció del primer telègraf impressor, així com un enregistrador de les interpretacions musical.

DUSSAUD, FRANÇOIS (1870-1953) Físic i inventor suís. Com a invents notables cal mencionar un fonògraf per a sords (el tacte substitueix l'oïda) i un cinematògraf per a invidents (el tacte substitueix la vista).

DUVERNEY, JOSEPH GUICHARD (1648-1739) Anatomista francès a qui devem un llibre sobre l'oïda, *"Traité de l'organe de l'ouïe..."*, 1731. La primera edició sembla ser de l'any 1683.

ELLIS, ALEXANDER JOHN (1814-1890) Matemàtic anglès a qui devem importants investigacions sobre les escales musicals. És el creador de la unitat *"cent"* i el traductor de l'obra de Helmholtz "*Die Lehre von den Tonempfindungen..."*.

ENGRAMELLE, MARIE DOMINIQUE JOSEPH (1727-81) Pare agustí, científic, mecànic i músic francès. Va deixar el llibre "La tonotechnie..."; se li atribueix un mecanisme apte per a gravar peces de música improvis ades al clavecí (1760).

FLOURENS, PIERRE JEAN MARIE (1794-1867) Fisiòleg francès que va contribuir a la localització de l'òrgan de l'equilibri, al cost de nombroses i cruels experiències de vivisecció.

ERARD, SÉBASTIEN (1752-1831) Famós constructor d'instruments francès originari de Strasbourg (on segons alguna font el seu cognom s'escrivia: Erhard). Va construir el primer piano de cua, l'any 1789. En 1810 va idear el mecanisme de doble moviment per l'arpa, i en 1823 inventà el mecanisme de doble escapament pel piano.

EULER, LEONHARD (1707-83) Matemàtic suís que es preocupà de la qüestió de la consonància i de la dissonància. També ideà un sistema matemàtic d'escales musicals i fou dels primers en aplicar logaritmes als intervals musicals.

EUSTACHI, BARTOLOMEO (1500-74) Anatomista italià que va descobrir el conducte que porta el seu nom.

FALLOPPIO[1], GABRIELE (1523-62) Anatomista italià que entre molts altres mèrits va donar una descripció de l'estructura de l'oïda interna.

FECHNER, GUSTAV THEODOR (1801-87) Fisiòleg i psicòleg alemany, fundador de la psico-física. Va formular la llei coneguda pel nom de llei de Weber-Fechner, l'any 1860.

[1] També existeixen les grafies *Fallopi i Falloppia.*

FLETCHER, HARVEY (1884-1981) Físic nord americà especialitzat al camp de l'acústica. Destacà especialment la seva feina d'investigació en els laboratoris Bell, en els quals treballà a partir de 1916 i hi fou director d'investigacions físiques entre els anys 1933 i 1949. Va deixar les dues obres esmentades en la bibliografia, que són de referència.

FOURIER, JEAN BAPTISTE JOSEPH (1768-1830) Matemàtic francès que va formular en 1822 la famosa llei, segons la qual qualsevol corba periòdica (funció d'una variable periòdica) es pot representar com a superposició de corbes sinusoïdals.

GAFORIO, FRANCHINO (1451-1522) Músic i teòric musical italià que té l'honor d'haver publicat el que es considera el primer llibre de música imprès, l'any 1480.

GASSENDI[1], PIERRE (1592-1655) Filòsof i astrònom francès. Va ésser dels primers en reconèixer que la velocitat de propagació del so és independent de la freqüència, cosa que d'altra banda Aristòtil ja sabia.

GLAREANUS, àlias HEINRICH LORITI (1488-1563) Erudit suís, poeta en llengua llatina , historiador. Publicà diferents llibres sobre la teoria musical.

GOLTZ, FRIEDRICH (1834-1902) Fisiòleg alemany que va contribuir notablement a la localització del centre de l'equilibri en els canals semicurculars.

GRAY, ELISHA (1855-1901) Coinventor del telèfon, simultàniament amb Bell, però totalment independentment d'aquest.

GUIDO D'AREZZO (aprox. 995-1050) Monjo italià i teòric musical que introduí la pauta de quatre ratlles i a qui devem la denominació llatina de les set nombres de l'escala diatònica:

Ut, Re, Mi,..., Si.

HELMHOLTZ, HERMANN LUDWIG FERDINAND VON (1821-94) Metge, físic i matemàtic alemany. Amb el seu llibre "Die Lehre von den Tonempfindungen..." va crear el que es pot considerar la primera obra moderna sobre l'acústica musical. Helmholtz va dedicar la seva atenció a temàtiques tan diferents com la fisiologia sensorial, l'acústica, l'òptica, la conservació de l'energia, els axiomes de la geometria, la cosmogonia, els fenòmens elèctrics, el joc d'escacs,... Helmholtz ha d'ésser considerat com un dels últims grans genis universals.

HOCHBRUCKER, CHRISTIAN (*1733) Virtuós de l'arpa, el fill del qual, Simon, va inventar l'arpa de pedal vora 1720.

HOLDER, WILLIAM (1614-96) Teòric musical anglès que creà una escala de 53 tons.

---

[1] També *Gasendi*, *Gassendo*,...

HUCBALD (840-930) Monjo francès i teòric musical que va escriure dos tractats de música en els quals es troba l'origen etimològic de la paraula gamma per a designar una successió de notes. Hucbald és un dels més notables precursors de la notació musical i de la música polifònica.

HUGHES, DAVID (1831-1900) Físic i inventor anglès. Va idear un dels primers micròfons en 1877.

INGRASSIAS, GIOVANNI FELIPE (1510-80) Metge i anatomista italià. Se li atribueix el descobriment del tercer dels ossets auditius, l'estrep. Sembla que també coneixia l'existència de les finestretes rodona i oval, i potser àdhuc el *musculus tensor timpani.*

KAUFFMANN, JOHANN GOTTFRIED (1752-1818) Mecànic i constructor d'instruments musicals automàtics, com ara de rellotges-flautes. El seu fill Friedrich (1785-1862) construí autòmats que tocaven la trompeta.

KEMPELEN, WOLFGANG (1734-1804) Mecànic hongarès, constructor d'autòmats musicals i d'una màquina parlant. Va presentar també una màquina que jugava als escacs i que resultava ser una impostura.

KIRCHER, ATHANASIUS (APROX. 1601-1680) Pare Jesuïta alemany, geni universal que va tenir gran influència sobre el jove Leibniz. Entre moltes altres coses va idear una mena d'ordinador mecànic per fer composicions musicals, *l'Arca Musarrítmica,* va idear un sistema de telefonia acústica i va escriure un llibre de música i un altre que es pot considerar un dels primeríssims llibres d'acústica. També va dissenyar diferents instruments musicals automàtics, va inventar la màquina d'escriure i la *linterna màgica* (projector de transparències).

KOENIG, RODOLPHE (1832-1901) Gran investigador de l'acústica. Fou l'inventor de la càpsula manomètrica que combinà amb un mirall rotatiu.

KUNDT, AUGUST (1839-1894) Físic alemany que es recorda especialment pel *tub de Kundt.*

LAËNNEC, RENÉ THÉOPHILE HYACINTHE (1781-1826) Metge que va inventar l'estetoscopi (1815) i el va aplicar a l'auscultació dels pacients.

LAPLACE, PIERRE SIMON (1749-1827) Astrònom i matemàtic francès que va trobar una fórmula per a calcular la velocitat de propagació del so en diferents gasos.

MAELZEL, JOHANN NEPOMUK (1772-1838) Mecànic, pianista i professor de música a Viena. Va inventar el metrònom l'any 1816.

MAELZEL, LEONHARD (1776-1855) Germà de Johann Nepomuk. Mecànic que va construir instruments automàtics, entre els que destaca el *"Panharmonicon"* amb 42 "músics" a la vora de 1802. També se li atribueix la construcció d'un autòmat jugador d'escacs cap a 1820.

MARPURG, FRIEDRICH WILHELM (1718-95) Compositor i teòric de la música alemany.

MAYER, ALFRED MARSHALL (1836-97) Físic americà que es dedicava a l'acústica. Creà el concepte d'emmascarament del so i publicà el llibre *"Sound"*, 1878.

MAREY, ÉTIENNE JULES (1830-1904) Metge i fisiòleg francès que va inventar diferents aparells per a la representació gràfica dels fenòmens fisiològics. Va formular la llei de Marey que relaciona les pulsacions del cor a la pressió arterial. Es pot considerar un precursor de la cinematografia, ja que va tirar seqüències ràpides de fotografies (anomenades cronofotografies) per a representar el moviment de diferents animals.

MERCATOR, NICOLAS ÀLIAS KAUFFMANN (1620-87) Astrònom i matemàtic alemany que va idear una subdivisió de l'octava en 53 microintervals. Són notables els seus treballs en el camp de les sèries convergents. És cèlebre per la sèrie:

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + - \ldots$$

Entre altres va publicar el llibre *"Logarithmotechnia"*, en 1668. No s'ha de confondre N. Mercator amb Gerhard Mercator (Kremer), el matemàtic i geògraf.

MERSENNE, MARIN (1588-1648) Matemàtic i filòsof francès que va dedicar una part important dels seus estudis a l'acústica. Era dels primers que relacionaven l'altura d'un to amb la freqüència de les seves vibracions. Va escriure el llibre *"Harmonie Universelle"* en 1636.

MONTAL, CLAUDE (1800-1865) Inventor i músic francès. Malgrat una ceguesa total a partir dels sis anys, estudià matemàtiques i música. A la vora de 1830 fundà una fàbrica de pianos.

MUSTEL, CHARLES VICTOR (1815-90) Constructor d'instruments francès. Entre els seus invents destaquen el *"Typophone"* i la *"Celesta"*.

OERSTEDT, JOHANN CHRISTIAN (1777-1851) Físic i químic danès que descobrí l'electromagnetisme l'any 1819. Sembla que la seva recerca va ésser impulsada pel fet de que els llamps poden arribar a imantar els ferros.

OHM, GEORG SIMON (1787-1854) Físic alemany que començà per treballar de manyà i que adquirí els seus coneixements científics de forma autodidacta. Elaborà la llei d'Ohm d'electricitat i la d'acústica.

OLIMPOS Músic grec, l'existència del qual és discutida. Hauria viscut en el segle VII a.C. i seria l'inventor de la flauta.

PATHÉ, ÉMIL (1860-1937) I CHARLES (1863-1957) Germans enginyers que crearen una gran indústria fonogràfica francesa; foren també els primers fabricants francesos de pel·lícula destinada a la cinematografia.

POULSEN, VALDEMAR (1869-1942) Enginyer danès, inventor *del "Telegraphone"*, forma primitiva del magnetòfon, l'any 1898.

QUINCKE, GEORG HERMANN (1834-1924) Físic alemany que va deixar notables treballs sobre la interferència i la refracció de la llum. Va inventar un manòmetre magnètic (1885) i un termòmetre acústic (1897). Va inventar el tub que porta el seu nom l'any 1866.

RAMEAU, JEAN PHILIPPE (1683-1764) Compositor i teòric musical francès. L'any 1722 va publicar la seva obra *"Traité d'harmonie"*.

RAMOS (també Ramis) DE PAREJA, BARTOLOMÉ (*1440); sembla que encara vivia en 1521. Compositor i teòric musical espanyol que havia fet imprimir un tractat musical en llengua castellana abans de 1480. És important la seva obra "De musica tractatus..." en el tercer volum de la qual parla de la coma i en proposa "l'eliminació" mitjançant el temprament.

REIS, J. PHILIPP (1834-74) Físic alemany que va inventar el primer telèfon elèctric, que tenia la limitació de transmetre exclusivament l'altura dels tons, sense tenir en compte ni la intensitat, ni el timbre. D'aquí ve que aquest telèfon de l'any 1861 fou anomenat *"telèfon musical"*, no prestant-se a transmetre la paraula.

REISSNER, E. (1824-78) Anatomista alemany que va descobrir la membrana que porta el seu nom.

RUHMER, ERNST WALTER (1878-1913) Físic i inventor alemany. Entre els seus invents cal mencionar el *"Photographophon"*, que és un precursor de la gravació acústica sobre pel·lícula fotosensible, i sobre tot el telèfon sense fils, que projecta el reflexe d'una flama manomètrica de l'emissora al receptor. També va perfeccionar la cel·lula fotoelèctrica de seleni.

RUTHERFORD, WILLIAM (1839-99) Fisiòleg anglès que va enunciar la teoria de l'audició anomenada del telèfon.

SALINAS, FRANCISCO DE (1513-1590) Músic i teòric de la música espanyol, gran organista, invident a partir dels 10 anys.

SAUVEUR, JOSEPH (1653-1716) Matemàtic francès i fundador de l'acústica moderna. Malgrat la seva sordesa va poder efectuar notables investigacions en el camp de l'acústica musical.

SAVART, FÉLIX (1791-1841) Metge i físic francès que es dedicà especialment als fenòmens acústics. En honor seu, avui s'anomena *"savart"* el microinterval que féu servir per a la mesura dels intervals. Savart fou el successor d'Ampère en la seva càtedra de física.

SCHAEFFER, PIERRE (1910) Enginyer i músic francès, un dels creadors de la música concreta.

SCOTT DE MARTINVILLE, LÉON ÉDOUARD JOSEPH (1817-79) Tipògraf i científic francès que inventà el *"Phonautographe"* l'any 1857, aparell destinat a la representació gràfica del so, amb una disposició semblant al fonògraf d'Edison, però sense permetre la reproducció del so. Va patentar l'invent en 1859.

SHORE, JOHN (1662-1752) Trompetista i llaütista anglès. Se li atribueix la invenció del diapasó l'any 1711.

SMITH, ROBERT (1689-1768) Físic i astrònom anglès que redactà una obra notable sobre l'acústica, en la qual anticipà alguns temes principals de la famosa obra de Helmholtz. El seu llibre, "Harmonics..." aparegué per primera vegada en 1749.

SORGE, GEORG ANDREAS (1703-1778) Organista i teòric musical alemany que va descobrir els tons de diferència l'any 1745. Entre les seves obres hi ha dos reculls de 24 preludis. Va deixar diferents escrits sobre el temprament musical.

STOKOWSKY, LEOPOLD (1882-1977) Director d'orquestra americà d'origen polonès que va contribuir al desenvolupament de la tecnologia dels discos fonogràfics de 33 1/3 revolucions. Col·laborà amb Walt Disney en una de les seves millors produccions, la pel·lícula "Fantasia" de l'any 1940.

STROH, AUGUSTUS Inventor d'un violí sense caixa de ressonància que permetia efectuar gravacions fonogràfiques.

TAINTER, CHARLES SUMNER (1854-1940) Inventor del cilindre fonogràfic de cera, conjuntament amb A.G. Bell i Chichester A. Bell.

TAYLOR, BROOK (1685-1731) Matemàtic anglès que va desenvolupar una fórmula que permet calcular la freqüència (f, en *Hz*) del to emès per una corda a partir de la llargada de la corda (L, en metres), la seva tensió (T, en Newton) i la massa d'un metre de corda (M, en kg):

$$f = \frac{1}{2 \cdot L} \sqrt{\frac{T}{M}}$$

Taylor és famós sobretòt per la fórmula que permet constituir una funció algebraica en forma de sèrie infinita.

TRAUTWEIN, FRIEDRICH ADOLF (1888-1956) Inventor d'un instrument electroacústic anomenat *"Trautonium"*.

TORRES QUEVEDO, LEONARDO (1852-1936) Enginyer, Matemàtic i inventor espanyol, capdavanter de la cibernètica. Va construir diferents ordinadors electromecànics, un transbordador sobre el Niàgara, un autòmat que jugava certs finals d'escacs i el primer manament a distància.

TYNDALL, JOHN (1820-93) Físic anglès que fou un importantíssim divulgador científic. Fou inventor de nombrosos instruments destinats especialment a fer demostracions públiques dels fenòmens físics. Les seves obres més conegudes tracten els temes de la llum, l'electricitat, la calor, la radiació i el so. També fou un precursor de l'alpinisme.

UNGER, JOHANN FRIEDRICH VON (1716-81) Matemàtic i físic alemany. Va estudiar la possibilitat de construir una màquina que gravés les improvisacions tocades al piano.

VALSALVA, ANTONIO MARIA (1666-1723) Anatomista italià que va deixar importants treballs sobre l'òrgan auditiu, entre altres "De aure humana tractatus...", del 1740.

VAUCANSON, JACQUES DE (1709-82) Mecànic francès que va inventar un gran nombre d'autòmats musicals. També va realitzar uns invents capdavanters en el camp de la indústria. En aquest sentit era un precursor de Jacquard, ja que va idear un sistema de control de les màquines de teixir a base de targetes perforades. L'any 1794 la seva col·lecció d'invents, propis i aliens, va constituir la base del *"Conservatoire des Arts et Métiers"*[1] a París.

VESALIUS, ANDREAS[2] (1514-64) Anatomista belga, que descriu per primera vegada en el seu llibre d'anatomia *"De humanis corpore fabrica..."* dos dels tres ossets auditius, el martell i l'enclusa, l'any 1543.

WEBER, ERNST HEINRICH (1795-1878) Fisiòleg alemany que va publicar en 1834 la llei coneguda com a llei de Weber, predecessora de la llei de Weber-Fechner.

WELTE Família de fabricants d'autòmats musicals.
MICHAEL (1807-80).
BERTHOLD (1843-1918), fill de Michael.
EDWIN (1876-1958), fill de Berthold.

YOUNG, THOMAS (1773-1829) Metge i físic anglès extremadament polifacètic; diuen que als 14 anys ja dominava l'àrab, el francès, el grec, l'hebreu, l'italià, el llatí i el persa. És famosa la seva teoria sobre la visió dels colors, més endavant fonamentada per Helmholtz. També es dedicava a l'estudi dels jeroglífics egipcis.

ZARLINO, GIOSEFFO (1517-90) Teòric musical i compositor italià que fou organista a Venècia i avui és especialment conegut per l'escala que porta el seu

[1] El pèndol de Foucault que protagonitza la famosa novel·la d'Umberto Eco, es troba en el museu d'aquesta institució.
[2] També Vesali, Vésale, Andries van Wesel.

nom. Preconitzà el temprament igual pels instruments de teclat. Fundà la teoria de l'acord major en la *"divisione armonica"* i anàlogament l'acord menor en la *"divisione aritmetica"*.

ÍNDEX ALFABÈTIC

AGRAÏMENTS

Jorquera Pianos, Barcelona, per l'assessorament sobre la tècnica de l'afinació del piano.

Dr. Yo Tomita, per autoritzar-me d'incloure alguns símbols de la seva Font *Bach* en aquest text (y.tomita@qub.ac.uk).

Maribel, la meva dona que ha tingut la paciència de detectar tota una sèrie d'errors en aquest text.

Mª Pilar Battle Figueras que m'ha corregit un error important.

William R. Brohinsky, que m'ha facilitat informacions valuoses relatives a la notació musical històrica (raybro@portone.com).