M. RIAT

FONAMENTS DE LA MÚSICA

VERSIÓ 1.2 PDF
riat@pobox.com
BORRIANA, ESTIU 2002

ÍNDEX

NOTA DE L'AUTOR

El meu pare era músic i tota la meva infantesa estava ambientada amb música clàssica. Això possiblement explica el meu interès per tot el que està relacionat amb aquest art. Quan al principi dels anys 1980 va venir un tècnic per a afinar el meu piano, vaig fer-li alguna pregunta sobre el seu art i aquest home va tenir l'amabilitat d'ensenyar-me algunes propietats acústiques de l'instrument que encara desconeixia. Entre altres em va parlar dels tons parcials i de les pulsacions, que en dies consecutius vaig arribar a sentir.

Ple de curiositat vaig anar a la meva llibreria habitual, amb la intenció de comprar un llibre que parlés de tots aquests fenòmens tan interessants. No vaig trobar cap introducció en la matèria que no fos o bé trivial, o bé tan complexa que quedés reservada als especialistes. Un dia, a la Biblioteca Central de Barcelona vaig trobar alguna obra de l'estil de la que anava buscant. Però tots aquests llibres estaven exhaurits, i no n'hi havia ni un de sol en llengua catalana. Aleshores em vaig plantejar la possibilitat d'escriure'n un sobre el tema.

Els llibres de divulgació escrits per autors no especialitzats en la matèria moltes vegades són més adaptats a les circumstàncies del lector profà, ja que per un especialista sovint és molt difícil fer-se entendre per una persona no especialitzada.

Vaig començar a llegir diferents obres sobre el tema, a prendre apunts i a ordenar-los mitjançant un fitxer. I un dia em vaig posar a escriure els primers fragments de text amb una romàntica màquina d'escriure, ja que els elevats preus em van dissuadir de comprar-me un ordinador personal. Finalment vaig començar a ordenar els meus fragments, afegir assumptes que encara era necessari explicar, expel·lir text que sobrava i finalment numerar les pàgines. Vaig deixar les il·lustracions per més endavant, i de moment només vaig traçar uns esbossos molt esquemàtics.

La meva idea era la següent: buscaria un editor i intentaria costejar l'edició intercalant pàgines amb publicitat d'empreses relacionades amb el tema, com ara botigues de partitures, d'instruments de música o de discos. De moment vaig lliurar fotocòpies del meu mecanoscrit sense corregir a diferents editors i vaig intentar buscar clients que es volguessin anunciar en el meu llibre. Aquest sistema m'hauria permès vendre el llibre a un preu molt assequible, ja que els llibres de tirada curta sempre resulten molt més cars que els altres i que ja vaig veure que aquest no seria un llibre de gran venda.

Però no vaig aconseguir prou anunciants i cap dels editors a qui m'havia adreçat no estava gaire entusiasta a col·laborar. I em vaig recordar, que quan havia escrit el meu primer llibre, "Tècniques gràfiques", tots els disgustos van començar a partir del moment en què havia lliurat el manuscrit a la impremta. Així que vaig arxivar la meva feina, com suposava, per sempre.

Però l'any 1999, després d'haver adquirit un programa *Microsoft Word,* que permet incloure els gràfics en el text, vaig decidir introduir tota la feina d'aquell temps a l'ordinador. Així el podria distribuir a qui l'interessi, enviant-li un disquet o àdhuc enviant els fitxers corresponents per correu electrònic. Així cada un pot imprimir-se ell mateix el llibre amb una impressora, o llegir-lo a la pantalla. Finalment la present versió té la forma *PDF* de manera que es pot llegir també amb ordinadors que no treballen amb el sistema operatiu *Windows*. Autoritzo a tothom a fer servir els textos d'aquest assaig, sempre quan es respectin les condicions següents:

Tot i que sóc un apassionat de la tipografia de qualitat i que sempre em sentiré més vinculat a la lletra impresa que als medis electrònics he decidit presentar aquest text sota aquesta forma, ja que les noves tecnologies ens brinden unes possibilitats de distribució i una flexibilitat de variació sense dubte molt superiors a la lletra impresa. De la mateixa manera que els antics amanuenses miraven el naixement de la tipografia amb mals ulls, sense dubte gran part dels amants de la tipografia estan observant recelosament els desenvolupaments dels últims 20 o 30 anys. Però crec, que també amb les noves tècniques s'arribarà a trobar una estètica i una tradició que permetran crear obres d'una gran qualitat. I el naixement d'una tècnica nova no necessàriament implica una superació de la tècnica antiga, però en aquest cas ofereix unes llibertats que queden més enllà dels límits dels procediments tradicionals. Així com la tipografia en cap moment ha desprestigiat la noble i valuosa feina dels antics copistes, que a vegades han dedicat tota una vida a omplir les pàgines de pergamí d'un sol llibre amb llur minuciosa cal·ligrafia.

He triat el programa *Word* de *Microsoft* sobretot per la seva gran difusió, que garanteix una compatibilitat futura. I convertint el text a *PDF* la compatibilitat encara es veu augmentada. Tot i que es tracta d'un text de caràcter essencialment tipogràfic, he intentat organitzar-lo una mica com un hipertext en el sentit següent: la lectura dels capítols comença amb els conceptes més intel·ligibles que es van aprofundint successivament. La lectura dels capítols es pot perseguir sense necessitat d'haver entès enterament els anteriors.

Aquest text no té la pretensió de ser un curs d'acústica o de música. La meva idea només era d'escriure un assaig que introduís el lector en els diferents temes que fan l'objecte d'aquest llibre.

Prego a tots els lectors d'enviar-me els seus comentaris, correccions i suggeriments, per correu electrònic o per carta. Els col·laboradors seran esmentats en els agraïments al final de la propera versió d'aquest text.

PRÒLEG

De totes les arts, la música es sol considerar la més abstracte, la menys palpable. Des de la invenció de la tipografia al segle XV, la cultura occidental s'ha anat orientant més i més envers una forma de pensar basada essencialment en la vista, descartant progressivament les altres fonts de percepció. Per ajudar a entendre uns fets científics o per esquematitzar un programa d'ordinador, per exemple, fem servir representacions gràfiques, conscients de que "una imatge val mil paraules". Acostumats com estem a aquest tractament prioritari de l'òrgan de la vista, cedim fàcilment a la temptació de considerar als nostres altres òrgans sensorials com a fonts de percepció de segon ordre. L'exemple dels invidents comprova que sobretòt el rendiment de l'oïda i del tacte són proclius a un increment considerable de sensibilitat, si se'ls educa mitjançant uns exercicis portats a terme d'una manera sistemàtica i atenta. Aquest llibre no és un llibre de música en el sentit estricte de la paraula, ja que es limita a comentar els fonaments físics, matemàtics, anatòmics, fisiològics, psicològics i tècnics de la música, sense parlar de la música en sí, que és l'art que explota els principis exposats aquí. Però tampoc es tracta d'un llibre científic, assequible als especialistes, sinó tot el contrari: És de divulgació i s'adreça a totes les persones d'una cultura mitjana, interessada en adquirir unes nocions bàsiques en el camp de l'acústica musical, sense haver de dedicar-hi uns esforços considerables.

L'increment extraordinari dels coneixements humans en els últims dos-cents anys requereix una especialització cada dia més pronunciada de tots els científics. Les ciències extremadament desenvolupades com ara la física o les matemàtiques, ja no poden ésser dominades per una sola persona, de manera que després d'uns estudis generals de la matèria, és impossible aprofundir en tots els camps d'una ciència alhora. Els grans genis universals com ara Leonardo da Vinci, que dominaven la quasi totalitat de les ciències de la seva època, avui dia no poden existir, car la ment humana també té les seves limitacions. El segle XIX va crear els últims genis universals, com ara Helmholtz. Avui dia una persona culta que vol estar informada sobre una gran diversitat de temes, no té cap altra solució que recórrer a la literatura de divulgació o a les enciclopèdies, ja que llegint exclusivament obres rigorosament científiques, no viuria prou temps per adquirir una noció general del món en el qual viu.

Per tota persona culta sempre serà especialment interessant disposar d'uns coneixements fonamentals de les estructures palpables que ens volten diàriament, com ara els fenòmens acústics, entre molts altres temes. Qui no s'ha preguntat alguna vegada com era possible seguir el discurs d'una persona determinada enmig d'una xerrameca general? O com podia ser que un sol solc fonogràfic contingués la informació sonora total de diferents instruments musicals alhora? O per què era possible distingir els trucs donats contra la pròpia porta dels donats contra la porta del veí? Un lector atent del present assaig trobarà l'explicació d'aquests fenòmens, entre molts altres més.

Certs conceptes idèntics porten noms diferents en publicacions diferents, i certs noms es solen trobar aplicats a conceptes diferents. Adoptem aquí una terminologia que pot ésser tan vàlida com qualsevol altra, emprada en altres treballs. Ens referim per exemple a les definicions dels conceptes "harmònic", "to parcial", "sobretò", etc., el sentit dels quals està sotmès a certes variacions d'un autor a l'altre.

Tenint en compte que el present assaig també està dedicat a persones que no tenen cap noció del formulisme matemàtic, el llibre està estructurat de tal forma, que el lector pugui passar per alt totes les fórmules, considerant-les com si fossin unes anotacions marginals, sense que això perjudiqui l'enteniment de l'aspecte qualitatiu de la matèria. Els pocs capítols que formen una excepció a aquest principi, ja que estan dedicats precisament a l'aspecte quantitatiu, s'han disposat al final del llibre. Així per exemple els integrals que s'han introduït en el capítol EL TEOREMA DE FOURIER no són essencials per l'enteniment del significat qualitatiu d'aquest teorema, sinó que il·lustra el tipus de càlcul que permet aplicar el teorema a certes funcions matemàtiques periòdiques. Les taules numèriques ofereixen 5 o 6 decimals, moltes més de les que es necessiten per il·lustrar els fets. Aquestes indicacions irraonablement precises es faciliten per a oferir un control numèric a aquells lectors que es vulguin entretenir a recrear alguns dels càlculs, a fi de verificar si han entès bé la matèria presentada. Per aquesta mateixa raó s'ha renunciat a arrodonir l'última xifra; seguint aquesta regla, per exemple el valor 1,712829 es deixaria en 1,71282 en comptes de 1,71283 que aproxima més satisfactòriament el valor donat, però que altera una xifra del valor original. El notable lligam que sempre ha existit entre la música i la matemàtica, justifica plenament el capítol que tracta de les interpretacions aritmètiques de les notes emprades en la música occidental, sota el títol de "Les escales musicals". En efecte, molts dels grans compositors han mostrat un viu interès per les matemàtiques i viceversa.

Avui es considera que fou Sauveur qui va constituir l'acústica musical en ciència independent. Es captivador que aquest honor s'escaigui precisament en una persona castigada per una deficiència física relacionada amb el tema: Sauveur fou sord i mut fins a l'edat de sis anys, circumstància que sembla haver-lo motivat especialment a dedicar gran part del seu intel·lecte a estudiar detingudament els fets físics relacionats a la seva deficiència. Fins a l'aparició del llibre "Die Lehre von den Tonempfindungen" de Helmholtz, els escrits de Sauveur formaven la base més sòlida de l'acústica musical. Així mateix el llibre de Helmholtz forma la base de l'acústica moderna, encara que s'hi hagin d'introduir algunes esmenes.

El RESUM HISTÒRIC pot ajudar a facilitar una visió general de la història de la ciència acústica.

La BIBLIOGRAFIA es limita essencialment a obres d'interès històric i no menciona les obres actualment disponibles en llibreria.

La part del present llibre intitulada "DADES BIBLIOGRÀFIQUES" intenta situar breument els personatges que s'han mencionat anteriorment. Hem escollit sobretòt persones que no siguin conegudes per tothom; en aquest sentit ens ha semblat insubstancial de mencionar-hi personatges tan coneguts com en J.S. Bach o en Newton, entre molts altres.

Finalment un ÍNDEX ALFABÈTIC, tant de matèries com de persones, pot facilitar la lectura del present llibre, ja que s'hi poden trobar les pàgines en les quals es defineixen, es mencionen o s'expliquen els diferents conceptes o noms allistats.

INTRODUCCIÓ

Un TO MUSICAL és un so caracteritzat per una freqüència (nombre de vibracions al segon) determinada. NOTA MUSICAL és la denominació d'un to musical determinat. La nota pot tenir forma de nom propi, com ara "Do", "Re", ... o bé pot ser representat per un símbol abstracte del sistema internacional de notació musical.

Aquest sistema no es va inventar d'un dia a l'altre. Fins cap a l'any 1000 els cants litúrgics portaven unes anotacions anomenades neumes, que consistien essencialment en unes indicacions de caràcter mnemotècnic sobre les variacions d'altura dels tons, sense permetre cap interpretació rítmica, és a dir sense facilitar informació sobre la duració de cada to.

Sembla que el monjo Hucbald al segle IX fou un dels primers en introduir la primera ratlla horitzontal del que més endavant es convertiria en el nostre pentagrama. Al mateix Hucbald se li atribueix el mèrit d'haver completat un sistema de notació alfabètica amb una setena lletra, la gamma grega. D'aquí sembla que prové el nom de GAMMA per designar UNA ESCALA MUSICAL, o a vegades només una octava d'ella.

A un altre monjo, Guido d'Arezzo, se li atribueix la instauració del sistema de notació de quatre pautes. Es també a Guido d'Arezzo que devem els noms de les notes que s'utilitzen en els països llatins, derivats de les inicials d'un himne a Sant Joan Bautista:

> UT *queant laxis*
> RE*sonare fibris*
> MI*ra gestorum*
> FA*muli tuorum*
> SOL*ve polluti*
> LA*bii reatum*
> *Sancte* I*ohannes*

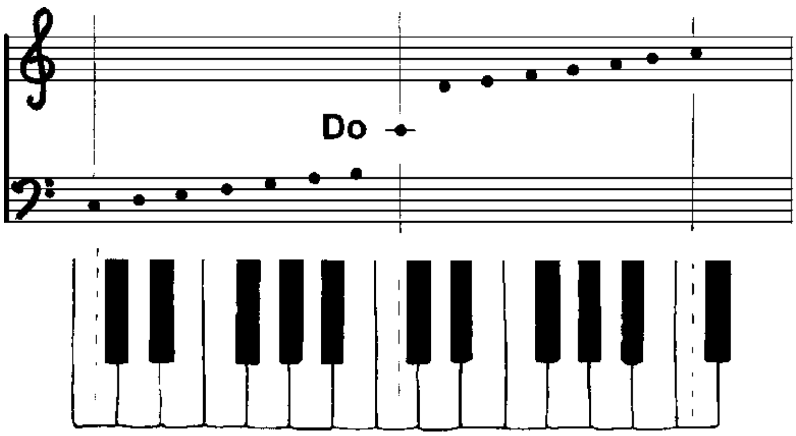
Amb excepció de França, tots els països occidentals van substituir posteriorment les sigles Ut per Do.

Fins al segle XVI els músics no es posaren d'acord sobre l'actual sistema de cinc pautes i sembla que Frescobaldi encara utilitzava un sistema de vuit pautes.

El pentagrama ha d'anar sempre encapçalat d'un símbol anomenat clau que ens indica la posició del Do. Aquí ens limitarem a indicar les dues claus més importants, la de Sol, 𝄞, i la de Fa, 𝄢, que en les partitures de piano usualment s'utilitzen en una doble pauta, a fi d'indicar la grafia de les notes que corresponen a les tecles blanques de les dues octaves centrals del piano.

Per evitar de sobrecarregar la figura, no s'han representat les notes que corresponen a les tecles negres. Entre la tecla Do i la tecla Re hi trobem una de negra que representa alhora el Do augmentat de mig to, el Do #, i el Re reduït de mig to, el Re ♭[1]. En la notació musical el signe d'alteració, la díesi, #, o el bemoll, ♭, s'anteposa a la nota. El mateix passa amb el Re # que és alhora el Mi ♭, etc. Un altre símbol, el becaire (♮), serveix per a suprimir l'alteració de les notes.

Ara bé: Quin sentit té això d'assignar dos noms diferents a dues notes idèntiques? La resposta és ben fàcil: No ho són pas,



Teclat del piano

d'idèntiques! Expliquem-nos: L'escala de temprament igual que avui dia s'ha adoptat quasi universalment per a l'afinació dels instruments de tons fixes és una invenció bastant recent i J.S. Bach féu una de les primeres demostracions pràctiques de la utilitat d'aquest sistema, composant els seus dos reculls de 24 preludis i fugues coneguts pel nom de *"Claveci ben temprat"*.

[1]El símbol emprat en la notació musical per representar una alteració de mig to avall, el BEMOLL, és una mena de b punxeguda, ♭, que no he trobat entre les fonts que van incloses en el paquet de Windows. Per aquest motiu he inclòs uns quants dels símbols de la Font *Bach* del Dr. Yo Tomita en el fitxer Word, amb permís de l'autor.

Respectant les escales de Pitàgoras i de Zarlino, per mencionar només dos dels sistemes més importants, no es podia afinar un instrument de teclat de manera que s'hi poguessin interpretar satisfactòriament composicions en totes les tonalitats possibles. Ja aviat es van desenvolupar sistemes d'afinació aproximativa que permetien fer coincidir el Do # amb el Re♭, etc. Aquests sistemes permetien executar satisfactòriament música en les cinc o sis tonalitats més usuals. Devem la introducció de l'escala temprada, que ja havia estat proposada anteriorment, a J.S. Bach i a Werckmeister.

Vet aquí la construcció matemàtica de l'escala de temprament igual:

S'agafa una nota arbitrària de l'escala, posem-hi per exemple el La, i se l'afina a l'altura desitjada, posem-hi 440 vibracions al segon. Per a trobar el nombre de vibracions de cada mig to consecutiu es van multiplicant les vibracions del to anterior amb la constant k, que representa la dotzena arrel de 2 (1,05946...), el nombre que multiplicat dotze vegades per si mateix dóna el nombre 2. D'aquesta manera al cap de 12 passos trobarem el to que tindrà el doble de vibracions que el to inicial, la seva octava[1] superior, en el nostre cas el La amb 880 vibracions al segon. Òbviament, en el sentit contrari, una nota inferior de mig to s'obté dividint la nota superior per la constant k. Aplicant aquest procediment trobarem els valors següents per les notes de l'escala de temprament igual, a partir del la de 440 *Hz*:

Nota	Freqüència
Si # / Do	261,62
Do # / Re ♭	277,18
Re	293,66
Re # / Mi ♭	311,12
Mi / Fa ♭	329,62
Fa / Mi #	349,22
Fa # / Sol ♭	369,99
Sol	391,99
Sol # / la ♭	415,30
La	440
La # / Si ♭	466,16
Si / Do ♭	493,88
Si # / Do	523,25

Totes les notes fora d'aquesta octava bàsica formen octaves amb un dels seus elements; les seves freqüències s'obtenen doncs

[1] L'octava superior d'una nota és la nota que té la doble freqüència.

multiplicant o dividint les freqüències de les notes de l'octava bàsica per 2, 4, 8, ... Aquesta és la construcció matemàtica de l'escala temprada, però, com ho veurem més endavant, no és aquest el camí que s'ha de seguir per afinar un piano, ja que els errors s'acumularien massa.

La nomenclatura de les notes, en els països germànics, és diferent de la nostra, i la nomenclatura germànica[1] tampoc coincideix del tot amb la nomenclatura anglosaxona. Vet aquí la nomenclatura comparada en diferents idiomes:

Català	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si bemoll	Si
Francès	Ut	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si bémol	Si
Anglès	C	D	E	F	G	A	B ♭	B
Alemany	C	D	E	F	G	A	B	H

Tampoc coincideixen les indicacions que permeten determinar l'octava en la qual està situada una nota donada. Aquí denominarem el Do central del piano (el que té la freqüència de 261,625 *Hz*) com a Do (3). L'índex 3 s'aplicarà a totes les notes entre Do (3) i Si (3). Les octaves baixes portaran índexs més baixos i al revés. El teclat d'un piano modern contindrà doncs totes les notes entre el la (-1) i el Do (7). D'aquesta manera la tessitura del piano inclou tota l'extensió de freqüències usuals de la música, que se'n va aproximadament de 30 a 4000 vibracions al segon.

[1] Les notacions usuals a Alemanya i als països anglosaxons tenen els seus orígens en el segle IX. Tant el Si com el Si ♭ al principi es simbolitzaven amb la lletra 'b', fent servir una 'b' normal pel Si ♭ i una 'b' amb traços rectangulars pel Si natural. La 'b' rectangular que representava el Si natural més endavant a Alemanya es va confondre amb una 'h'. Una altra versió de la 'b' rectangular es transformà en el nostre símbol ♮ (becaire) i una tercera versió està a l'origen del símbol ♯ (diesi).

Nota	Freqüència	Nota	Freqüència
		Do (3)	261,625
		Do #	277,182
		Re	293,664
		Re #	311,126
		Mi	329,627
		Fa	349,228
		Fa #	369,994
		Sol	391,995
		Sol #	415,304
La (-1)	27,500	**La (3)**	**440,000**
La #	29,135	La #	466,163
Si	30,867	Si	493,883
Do (0)	32,703	Do (4)	523,251
Do #	34,647	Do #	554,365
Re	36,708	Re	587,329
Re #	38,890	Re #	622,253
Mi	41,203	Mi	659,255
Fa	43,653	Fa	698,456
Fa #	46,249	Fa #	739,988
Sol	48,999	Sol	783,990
Sol #	51,913	Sol #	830,609
La (0)	55,000	La (4)	880,000
La #	58,270	La #	932,327
Si	61,735	Si	987,766
Do (1)	65,406	Do (5)	1046,50
Do #	69,295	Do #	1108,73
Re	73,416	Re	1174,65
Re #	77,781	Re #	1244,50
Mi	82,406	Mi	1318,51
Fa	87,307	Fa	1396,91
Fa #	92,498	Fa #	1479,97
Sol	97,998	Sol	1567,98
Sol #	103,826	Sol #	1661,21
La (1)	110,000	La (5)	1760,00
La #	116,540	La #	1864,65
Si	123,470	Si	1975,53
Do (2)	130,812	Do (6)	2093,00
Do #	138,591	Do #	2217,46
Re	146,832	Re	2349,31
Re #	155,563	Re #	2489,01
Mi	164,813	Mi	2637,02
Fa	174,614	Fa	2793,82
Fa #	184,997	Fa #	2959,95
Sol	195,997	Sol	3135,96
Sol #	207,652	Sol #	3322,43
La (2)	220,000	La (6)	3520,00
La #	233,081	La #	3729,31
Si	246,941	Si	3951,06
		Do (7)	4186,00

Finalment mencionarem que en el sistema de notació musical internacional l'aspecte de cada nota determina la seva duració en relació a la de les altres, segons la seva representació gràfica com a RODONA **(𝅝)**, BLANCA **(𝅗𝅥)**, NEGRA **(♩)**, CORXERA **(♪)**, SEMICORXERA **(𝅘𝅥𝅯)**, etc. Els silencis estan regulats mitjançant uns símbols anomenats pauses. A la rodona li correspon el símbol 𝄻, a les notes entre la blanca i la semicorxera els hi corresponen successivament els símbols 𝄼, 𝄽, 𝄾 i 𝄿. La intensitat sonora sol anar indicada amb símbols que van de "pppp" a "ffff".

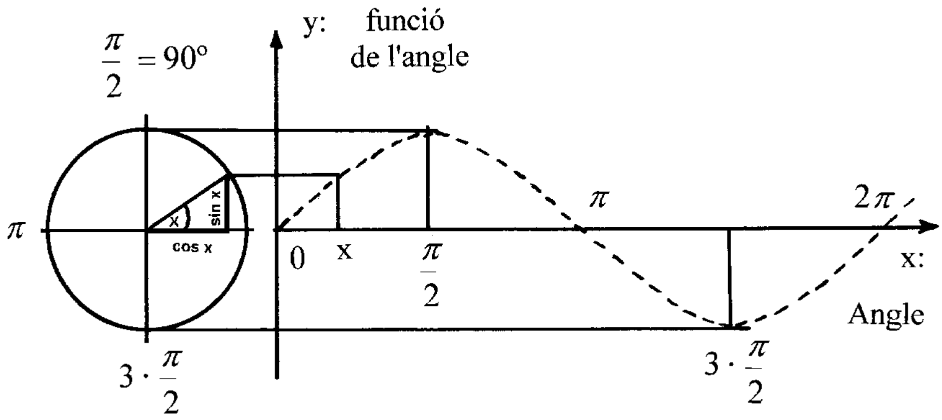
Les limitacions d'aquesta simbologia resideixen essencialment en dos fets: No ens permet representar intervals com ara un quart de to, un sisè de to, etc., i no ens indica res sobre el timbre dels tons musicals. El timbre és aquella qualitat d'un to que ens permet per exemple distingir un la tocat amb una flauta del mateix La tocat amb un violí. Més endavant veurem, que àdhuc la diferència entre els diferents vocals humans és essencialment de timbre. Certs compositors romàntics i postromàntics intentaven compensar les limitacions de la notació musical amb indicacions interpretatives que poden resultar altament suggestives i poètiques, com ho demostra aquesta selecció de les indicacions de la sexta sonata per piano, op. 62, composada a la vora de 1911 per A. Scriabin: *"mystérieux, concentré", "étrange, ailé", "avec une chaleur contenue", "souffle mystérieux", "onde caressante", "concentré", "le rêve prend forme", "l'épouvante surgit", ...*

Un fenomen que es repeteix idènticament cada interval de temps T, s'anomena PERIÒDIC. El PERÍODE T és el temps que transcorre entre dos estats idèntics del fenomen. Exemples de fenòmens periòdics són les successives fases de la lluna, el moviment del pèndol d'un rellotge, la marxa d'un motor de benzina (quan aquest funciona amb velocitat constant) o el moviment d'una roda de molí.

Dins el camp dels sons audibles, els SONS MUSICALS són essencialment caracteritzats per vibracions periòdiques, mentre que les vibracions aperiòdiques són les causants del que s'anomena SOROLL. Com ho veurem més endavant, no existeix una limitació rigorosa entre els sons musicals i els sorolls.

Òbviament, un fenomen que té el període T, també tindrà els períodes 2T, 3T, 4T, ... Entre tots els períodes, el més petit sempre té la preferència.

La FREQÜÈNCIA f d'un moviment periòdic és el valor recíproc del període, doncs 1/T. La unitat més important en el mesurament de freqüències és 1/s = 1 *Hz* (de Heinrich Hertz). Si per exemple un motor fa cinc revolucions al segon, aquest moviment té un període de T = 0,2 segons i la seva freqüència és de f = 1/T = 1/0,2 segons = 5 *Hz*. Si una massa es mou periòdicament al voltant d'un punt d'equilibri, aquest fenomen s'anomena OSCIL·LACIÓ o VIBRACIÓ. La distància màxima entre el punt que oscil·la i el punt d'equilibri s'anomena AMPLITUD de l'oscil·lació. A vegades es designa com a AMPLITUD DOBLE la distància entre els punts extrems de l'oscil·lació. La distància entre el punt d'equilibri i qualsevol situació momentània o FASE de l'objecte vibrant s'anomena ELONGACIÓ. L'amplitud és doncs la màxima elongació d'una oscil·lació.



La corba sinus

Entre totes les oscil·lacions, que poden tenir formes molt complexes, la classe més senzilla i alhora més important, està constituïda per les oscil·lacions sinusoïdals. S'anomena OSCIL·LACIÓ SINUSOÏDAL la que descriu la projecció vertical d'un punt fix d'una roda que volta regularment, sobre una paret paral·lela a l'eix de la roda. O bé, dit d'una altra manera: si tenim una roda vertical que volta i un punt que es mou sobre una línia vertical, mantinent en cada moment la mateixa altura que un punt fix determinat sobre la roda, aquest punt descriurà una oscil·lació sinusoïdal. Aquest és el cas, per exemple, d'un pes que puja i baixa penjat d'una molla en forma d'espiral, si prescindim de la pèrdua d'energia deguda a la fricció. Gràficament es pot representar qualsevol oscil·lació mitjançant un diagrama cartesià en el qual l'eix d'abscisses correspon al temps i l'eix d'ordenades a les elongacions. La representació gràfica d'una oscil·lació sinusoïdal que reproduïm a continuació, és idèntica a la representació gràfica de la funció trigonomètrica sin (sinus).

En la figura s'aprecia un triangle rectangle format pel cosinus de l'angle x (el catet horitzontal), pel sinus del mateix (el catet vertical) i pel radi del cercle (que constitueix l'hipotenusa del nostre triangle rectangle).

Les unitats de mesura angular més usuals són els GRAUS i els RADIANS. El cercle es sol subdividir en 360º (graus); un angle recte correspon doncs a 90º en aquest sistema. El sistema que subdivideix el cercle en 400 "graus nous", que ens dóna un angle recte de 100 "graus nous", no s'ha imposat gaire en la pràctica. En els sistema dels radians, l'angle es mesura com a quocient entre l'arc del cercle que li correspon i el radi del cercle. En aquest últim sistema el cercle enter correspon a $2 \cdot \pi \cdot$radians (π és el quocient entre el perímetre i el diàmetre de qualsevol cercle, un nombre transcendental que té el valor aproximat de 3,141592653589...).

$360^{\circ} = 2 \cdot \pi \cdot \mathrm{rad}$

Per tant 1 rad té el valor aproximat de 57,295º.

En la representació de sons musicals es sol emprar un sistema de coordenades en el qual l'eix d'abscisses correspon al temps t, que és proporcional a l'angle recorregut (també anomenat angle de fase), x. L'eix d'ordenades, y, correspon a les elongacions de oscil·lació en cada moment t. Aquesta manera de representar els sons s'anomena també CORBA FONOGRÀFICA. Si designem amb ω[1] l'angle recorregut en un segon (es diu que ω és la velocitat angular), trobem:

$$x = \omega \cdot t$$

El radi del cercle unitari és 1 i correspon a la màxima elongació, doncs a l'amplitud de l'oscil·lació sinusoïdal unitària. Si modifiquem el radi del nostre cercle al valor A, el valor funcional de cada punt de la corba augmentarà o es reduirà en la mateixa proporció que el radi, i per l'elongació en un moment t qualsevol, doncs pel valor de l'ordenada corresponent al punt t de l'abscissa, trobarem:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

En aquesta fórmula, A representa el radi del cercle i l'amplitud (la màxima elongació) de l'oscil·lació alhora.

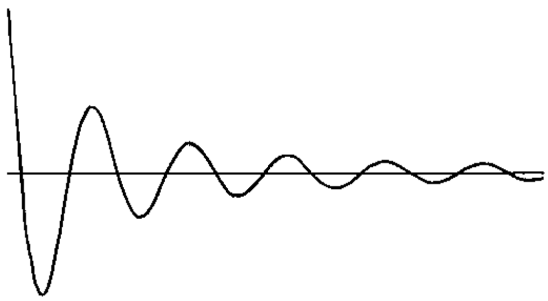
L'amplitud de l'oscil·lació d'un objecte, com per exemple d'un diapasó, va decreixent poc a poc, a mesura que l'energia es va transformant en escalfor, degut a la fricció dels materials. La freqüència de l'oscil·lació, però, no varia, ja que la freqüència és una

[1] Omega.

característica del nostre objecte vibrant, i s'anomena FREQÜÈNCIA PRÒPIA. S'anomena AMORTIMENT aquest fenomen que podem observar a diari, escoltant per exemple, com un to del piano s'extingeix poc a poc o bé com un llum penjat del sostre que ha rebut un cop es torna immobilitzar lentament.

L'amortiment es pot compensar amb una aportació successiva d'energia. L'efecte d'aquesta aportació serà òptim si s'efectua al ritme que correspon a la freqüència pròpia del nostre objecte oscil·lant. No obstant una freqüència lleugerament diferent de la freqüència pròpia també pot contribuir a l'alimentació de les oscil·lacions, ja que els dos objectes, el que ha de vibrar i el que ha d'aportar l'energia, formen un sistema acoblat, en el qual per descomptat s'hi perd energia. La Figura representa gràficament l'efectivitat que té l'aportació d'energia sota la freqüència f, sobre un objecte vibrant amb la freqüència pròpia f_0. Aquesta corba varia amb el grau d'amortiment. Aquí s'han representat esquemàticament les corbes per un amortiment petit i mitjà.

El fenomen de la freqüència pròpia es manifesta per exemple quan intentem alliberar un automòbil, les rodes del qual han quedat enfonsades en el fang moll o la neu. Si no tenim prou força per a estirar-lo d'un cop, el sotmetem a una oscil·lació de va i ve fins que la seva amplitud hagi crescut prou perquè les rodes surtin del seu forat.

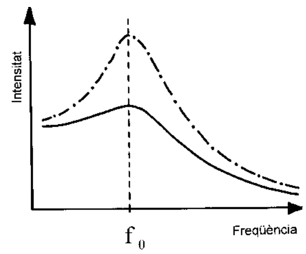


Amortiment d'una oscil·lació

Quan l'aportació d'energia s'efectua amb la freqüència pròpia, f_0, de l'objecte, es parla de RESSONÀNCIA. La ressonància pot ser extremadament perillosa en certes màquines o en construccions arquitectòniques. La literatura ens senyala casos en els quals un pont es va esfondrar sota un grup de soldats que anaven al pas, ja que el seu ritme corresponia a la freqüència pròpia del pont, que normalment hagués aguantat una càrrega varies vegades superior.

Més endavant veurem, que hi ha objectes vibratoris que tenen vàries freqüències pròpies.

Quan és la pròpia oscil·lació que controla l'aportació d'energia necessària al seu manteniment, es parla de RETROACCIÓ. El funcionament d'un rellotge mecànic constitueix un bell exemple de retroacció. Com a exemple de suma importància en el nostre tema d'una vibració mantinguda per retroacció, comentarem aquí la vibració produïda en una corda de violí per un arquet. Per entendre més bé aquesta forma de moviment ens valdrem d'un model: Imaginem-nos una cinta transportadora, com les que es fan servir davant de les caixes dels supermercats, sobre la qual reposa un objecte, com ara un paquet, que està lligat a un punt fix mitjançant una molla en espiral. Quan la cinta comença a moure's, la molla es va tibant i l'objecte segueix la cinta, fins que la tensió sigui prou gran, i, en un moment donat, el paquet rellisqui en direcció al punt de fixació de la molla. Quasi immediatament després, el paquet torna adherir-se a la cinta i es mou amb ella. La fricció estàtica és més gran que la que enganxa dos objectes que es mouen un sobre l'altre. Aquest fenomen es va repetint amb una certa periodicitat.

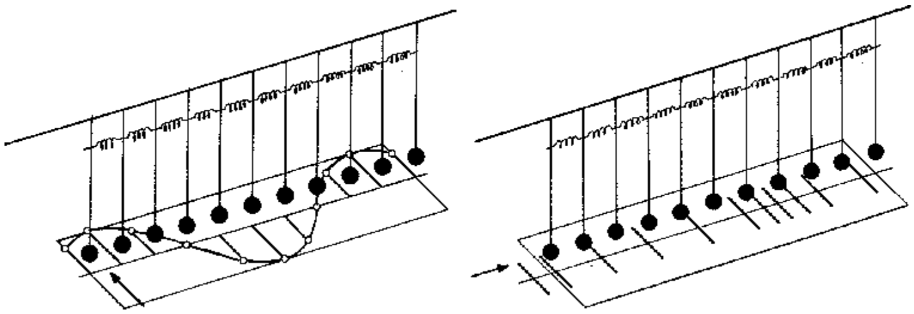


Efectivitat de l'aportació d'energia

Si representem la distància que té el nostre objecte del punt de fixació de la molla en funció del temps, obtenim una successió de triangles. En el cas del violí, la corda correspon al nostre paquet lligat a la molla, i l'arc correspon a la cinta del nostre model. En efecte, les corbes vibratòries dels tons emesos pels instruments d'arquet tenen una característica triangular molt semblant al nostre model, com ho veurem més endavant.

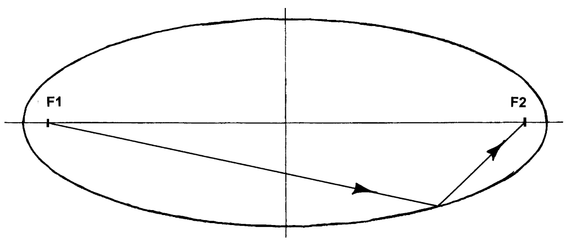
Quan a través de l'espai, un moviment oscil·latori es transmet d'una partícula a l'altra, aquest fenomen s'anomena ONA. Si contemplem dues partícules situades en la direcció de la propagació de l'ona, llur fase només coincidirà, si la seva distància és idèntica a la distància recorreguda per l'ona en el període T.

Les dues classes d'ones mecàniques més importants són les ONES LATERALS i les LONGITUDINALS. Per a il·lustrar ambdós tipus ens valdrem d'un model senzill. Imaginem-nos primer un eix del qual penja una filera de pèndols equidistants que només es poden moure verticalment a la direcció de l'eix. Les tiges de tots els pèndols estan reunides entre si, a una altura determinada, per unes molles o gomes elàstiques. Donant una empenta lateral a un dels pèndols observarem el principi d'una ona lateral, caracteritzada per una successió de desviacions laterals. Canviem ara la disposició de tal forma que els pèndols es puguin moure exclusivament en el pla format per les seves tiges i l'eix. Si donem una empenta paral·lel a l'eix obtenim el model d'una ona longitudinal, caracteritzada per una successió de densitats variables.



Ones laterals i ones longitudinals

Tant les ones laterals com longitudinals es poden estendre en els medis sòlids. En canvi els gasos admeten essencialment les ones longitudinals. Les ones mecàniques es poden moure en medis essencialment unidimensionals, com és el cas per exemple d'una ona que traspassa una corda. Les ones que podem generar tirant una pedra sobre la superfície quieta d'un estany, es mouen en un medi essencialment bidimensional que és la superfície de l'aigua. Les ones acústiques, però, es solen propagar lliurement en totes les direccions de l'espai tridimensional. La LONGITUD D'ONA L és la mínima distància entre dues partícules que es troben en la mateixa fase de moviment.



Reflexions a l'interior d'una el·lipse

La VELOCITAT DE PROPAGACIÓ v d'una ona és la velocitat amb la qual una mateixa fase de moviment es desplaça. La velocitat de propagació es calcula com a producte de la freqüència f i de la longitud d'ona, L.

$$v = f \cdot L = \frac{L}{T}$$

Les ones generades per oscil·lacions sinusoïdals s'anomenen ONES SINUSOÏDALS.

Si tirem una pedra sobre la superfície d'un llac, el moviment de puja i baixa transmès per la pedra es transferirà a totes les partícules del voltant i es formarà una ONA CIRCULAR. Com ja ho va observar Huygens, la forma circular és la resultant de totes les ones emeses per cada un dels punts de la superfície de l'aigua. Com ho podem demostrar fàcilment, tirant unes boletes de suro sobre l'aigua, el moviment centrífug de l'aigua només és aparent, ja que les partícules es limiten a oscil·lar amunt i avall.

Anàlogament les ones acústiques, com també les ones electromagnètiques (llum, ones de ràdio,...), tenen tendència a propagar-se en l'espai en forma d'esfera (si no són alineades artificialment), figura geomètrica que forma l'analogia tridimensional al cercle (bidimensional). L'alineació pot efectuar-se per exemple amb una mena de botzina, que forma una certa analogia amb els miralls parabòlics utilitzats en el camp de l'òptica.

En efecte, totes les ones, siguin electromagnètiques o mecàniques, transversals o longitudinals, tenen certes propietats en comú, les més importants de les quals s'anomenen: REFLEXIÓ, REFRACCIÓ I DIFRACCIÓ.

Quan una ona, al límit entre dos medis (com per exemple aire i aigua) canvia de direcció, sense passar d'un medi a l'altre, es parla de reflexió. En tots els casos la llei física vigent diu: l'angle d'incidència és igual a l'angle de reflexió.

Hem de distingir entre dos tipus de reflexió, que es poden caracteritzar amb el nostre model pendular: el primer tipus és la reflexió que té lloc si darrera l'última bola hi col·loquem una paret massissa, mentre que la segona classe de reflexió és la que té lloc si l'última bola no troba cap mena de resistència. Els dos casos es distingeixen per una diferència de fase.

Quan l'ona incident sobre el límit entre dos medis passa d'un a l'altre, canviant generalment de direcció, es parla de refracció. La llei corresponent és la següent: El quocient del valor sin[1] de l'angle

[1] sinus.

d'incidència i del de l'angle de refracció és igual al quocient de les velocitats de propagació de l'ona en els dos medis.

Normalment tenen lloc els dos fenòmens alhora: una part de les ones són reflectides, mentre que una altra part són refractades.

La difracció té lloc quan una ona passa a la vora d'un obstacle o entre dos obstacles. Ens podem crear una bona imatge de la difracció si considerem les ones sobre una superfície d'aigua que topen contra una paret, interrompuda només en un punt: de l'altra banda de la paret es forma una estructura ondulatòria en forma de ventall.

En un medi homogeni, les ones es solen propagar en forma d'ones concèntriques esfèriques. D'aquí que la intensitat d'un soroll o d'una llum és inversament proporcional al quadrat de la distància de la font, ja que la superfície d'una esfera creix proporcionalment al quadrat del radi.

Una ona emesa per una placa vibrant de gran superfície s'anomena ONA PLANA i es pot comparar a una ona esfèrica amb un radi molt gran. Un bon model d'una ona plana és l'ona acústica que es propaga a l'interior d'un tub. Una ona rigorosament plana manté pràcticament la totalitat d'energia durant el seu recorregut.

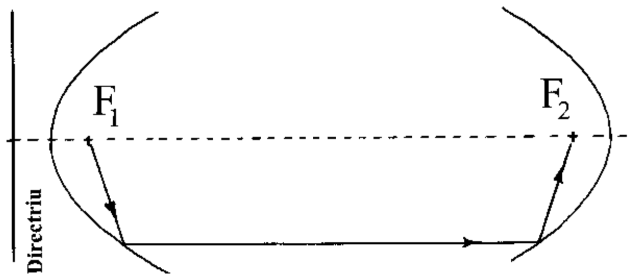
Les propietats de la propagació del so fan que es trobin moltes analogies entre l'acústica i l'òptica. Així el so emès en la zona del punt focal d'una copa parabòlica[1] es reflecteix contra la superfície interior de la copa i es propaga en forma de raigs paral·lels, com una ona plana. Una altra copa disposta simètricament pot servir per a concentrar el so en el seu punt focal, on se'l pot detectar amb un micròfon. Anàlogament, des del Renaixement es coneixen cúpules d'algunes catedrals amb intersecció el·líptica[2], amb la propietat que una persona situada en el cercle que forma el conjunt geomètric de tots els punts focals, pot conversar en veu baixa amb un interlocutor situat en el punt simètric, sense que se'n assabentin els assistents situats en llur rodalia.

---

[1] Una paràbola és el conjunt de tots els punts que tenen la mateixa distància d'una recta donada (la directriu) i d'un punt fix (el punt focal). La reflexió a l'interior de la paràbola de qualsevol raig que passa pel punt focal és una recta paral·lel a la vertical sobre la directriu que passa pel punt focal.

[2] Una el·lipse és el conjunt de punts en un pla pels quals la suma de les distàncies de dos punts fixes (anomenats punts focals) és constant. Si fem coincidir els punts focals, obtenim el cercle com a cas espacial. Si en lloc de la suma fem servir la resta, obtenim una hipèrbola. El cercle, l'el·lipse, la paràbola i la hipèrbola són les figures geomètriques que podem obtenir si fem la intersecció d'un con amb un pla.

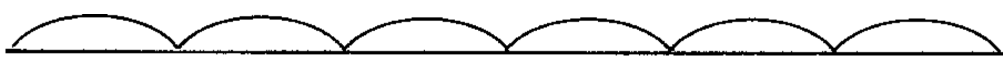
Aquests dos exemples fan pensar amb experiències òptiques basades en la reflexió de la llum. Hi ha també analogies acústiques als fenòmens refractaris de la llum. Es notable entre altres l'existència d'anomenades lents acústiques. Si per exemple disposem una font sonora de poca intensitat a un costat d'un globus de



Reflexió entre dues paràboles

mainada inflat amb un gas adequat, el to es podrà percebre amb un màxim d'intensitat en un punt situat simètricament a la font sonora. Aquí el globus actua com una lent biconvexa.

És molt interessant la propagació d'una ona acústica sobre un estany gelat: La distància des de la qual el so queda oïble és molt superior que per exemple a l'estiu en una carretera. Vet aquí l'explicació d'aquest fenomen: Primer les ones es reflecteixen a terra. Aquelles ones reflectides que estan gairebé paral·leles a la capa de gel es refracten en les capes d'aire més càlid, que el que es troba en contacte immediat amb el gel, de manera que més endavant tornen a reflectir-se sobre el gel. D'aquesta manera la pèrdua energètica de les ones que es mouen entre dos plans, correspon aproximadament a la d'una ona circular.



Propagació sobre pista de gel

Un efecte acústic que no és possible apreciar en la seva analogia òptica, degut a l'alta velocitat de propagació de la llum, és la reverberació, que és l'apagament gradual d'un to emès en una habitació tancada, degut a les reiterades reflexions contra les parets. El temps de reverberació, que per definició és el temps que transcorre entre l'emissió d'un so i la pèrdua de 60 *dB* (decibel, aquesta unitat es definirà en el capítol REPRODUCCIÓ GRÀFICA DEL SO I UNITATS DE MESURA) de la seva intensitat, és una característica molt important de les sales de concert. Com ho veurem més endavant, el decrement de 60 dB equival a la milionèsima part de la intensitat sonora.

Segons l'ús de la sala (concerts simfònics, teatre, discursos, ...) és desitjable un temps de reverberació més o menys llarg, que pot superar els 3 s (3 segons) en certs casos. Per fer un discurs es recomanen temps d'entre 0,3 i 0,4 s aproximadament; per a l'audició musical es solen recomanar temps de reverberació d'entre un i dos segons. Però per la música d'orgue els temps més llargs, com els que trobem en algunes catedrals, són ideals. Això ha donat lloc a la construcció de sales amb acústica variable, en les quals per exemple es poden girar unes plaques del sostre al revés a fi d'obtenir un altre quocient d'absorció[1].

El temps de reverberació depèn essencialment de 3 factors, a saber, del volum de la sala, de la superfície interior i del material que la recobreix. L'any 1898, Sabine, que avui es considera el fundador de l'acústica arquitectònica, va trobar una fórmula que en la majoria dels casos permet calcular el temps de reverberació R en funció d'aquests tres factors:

$$R = 0{,}16 \cdot \frac{V}{S \cdot a}$$

Aquí V significa el volum en m^3, S la superfície en m^2 i a és el coeficient d'absorció del material que recobreix les parets. La fórmula de Sabine ofereix una bona aproximació en la majoria dels casos, però s'han de considerar els efectes que limiten la seva validesa. Un fet important és que els materials no absorbeixen totes les freqüències amb la mateixa facilitat. Les freqüències altes solen desaparèixer abans de les baixes. Però hi ha materials que accentuen més aquest efecte que d'altres. La temperatura i sobretòt la humitat ambiental també fan variar els coeficients d'absorció. Un fet que s'ha de tenir molt en compte és la corba d'intensitats que el so recorre fins a la seva extinció. En efecte, segons la forma d'aquesta corba, un mateix temps de reverberació pot originar uns efectes acústics ben diferents. I finalment s'ha de tenir en compte que cada freqüència segueix la seva pròpia corba d'extinció.

[1] Aquest valor és el complementari del coeficient de reflexió.

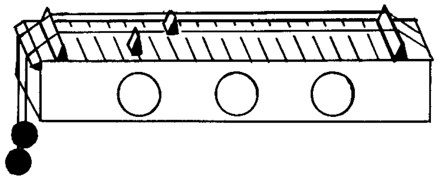
La unitat de l'absorció acústica anomenada "sabin" en honor a Sabine es defineix de la manera següent:

1 SABIN ÉS L'ABSORCIÓ CORRESPONENT A UN m^2 DE MATERIAL TOTALMENT ABSORBENT.

Si obrim una finestra en una sala situada en plena naturalesa, l'efecte acústic és el mateix, com si recobrim la superfície ocupada per la finestra d'un material absorbent al 100 %. Des d'aquest punt de vista podríem formular la definició de la unitat 'sabin' dient que 1 sabin és l'absorció d'una finestra oberta amb un m^2 de superfície.

LA CORDA COM A FONT SONORA

El MONOCORD és l'instrument que va permetre per primera vegada establir relacions entre el món de la música i les matemàtiques, i és a Pitàgoras que escau l'honor d'haver estudiat per primera vegada els intervals consonants des del punt de vista matemàtic.



El monocord

El monocord que era un dels predecessors més primitius dels actuals instruments de corda, com de la guitarra, del violí o del piano, encara s'anava utilitzant com a instrument musical fins a l'edat mitja, i per exemple els alemanys encara feien servir una mena de monocord anomenat "Trumscheit" fins al principi del segle XVI. El tipus de monocord que ens interessa aquí és el model científic, que està preparat per a mesurar els segments i la tensió de la corda. Avui la seva utilitat es limita a demostracions didàctiques que es presenten als escolars. En contradicció amb el seu nom, el monocord científic no sempre es limita a una sola corda, ja que la comparació de les dues notes que formen un interval es troba facilitada per la presència d'una segona corda que àdhuc permet escoltar les dues notes alhora. Ja que la llargada de la corda no és l'únic paràmetre del qual depèn l'altura d'un to musical, el model clàssic del monocord científic permet mesurar i variar la tensió de les cordes mitjançant un joc de pesos. Aquest tipus de monocord, que a vegades també s'anomena SONÒMETRE**,** està representat per la figura.

A l'època de Pitàgoras no es coneixia la relació entre la longitud d'ones i l'altura dels tons, i els filòsofs d'aquella època es figuraven que l'altura d'un to creixia amb la seva velocitat de propagació. Això no podia impedir que gràcies al monocord, Pitàgoras pogués establir unes relacions numèriques entre els tons i els intervals. La primera observació fou, que una octava era el to emès per la meitat de la corda que emetia el to fonamental (sempre mantinent constant la tensió de la corda). La quinta era el resultat de deixar vibrar les 2/3 parts de la corda. Fent experiències amb el monocord, hom es donava compte ben aviat que els intervals consonants, doncs els que resulten més agradables a l'oïda, resulten de particions de la corda en unes proporcions aritmètiques senzilles. Si considerem els quocients de les llargades de dues cordes, trobarem els següents valors pels intervals més característics:

Proporció	Interval
2 : 1	octava
5 : 3	sexta major
8 : 5	sexta menor
3 : 2	quinta
4 : 3	quarta
5 : 4	tercera major
6 : 5	tercera menor

Gràcies a la FÓRMULA DE BROOK TAYLOR, avui dia podem calcular fàcilment la freqüència d'una corda ideal, és a dir d'una corda d'una flexibilitat i d'una homogeneïtat total. Les cordes emprades en la pràctica només formen una certa aproximació a aquestes condicions. Vet aquí la fórmula de Taylor, en la qual L significa la llargada total de la corda (en metres, m), T la seva tensió (en Newton, N) i c la massa de la corda per unitat de llargada (kg/m). La unitat de la freqüència, f, és el *Hz*.

$$f = \frac{1}{2 \cdot L} \sqrt{\frac{T}{C}}$$

El costum popular d'expressar les forces en kg és contrari a la lògica, ja que el kg és una unitat de massa, no de pes. El kp[1] és una mesura de força (doncs de pes) intuïtivament derivada del kg: 1 kp és el pes que correspon a una massa d'un kg en la superfície terrestre. Una massa d'un kg, traslladada a la lluna, allà no deixarà de representar una massa d'un kg, però el seu pes ja només serà d'uns 0,16 kp. Però la massa d'un objecte no varia pel sol fet de portar l'objecte a la lluna: Un martell pica igual de fort aquí baix com en absència de gravitació. La mesura de força utilitzada en la nostra

[1] Mesura en desús, que té l'avantatge d'ésser intuïtiva; avui s'ha substituït pel Newton.

fórmula, el Newton (N), és la força necessària per a donar a una massa d'un kg una acceleració d'1 m/sec^2. El N es pot expressar com a 1 $m \cdot kg/sec^2$. Un kp correspon aproximadament a 9,8 N.

EXEMPLE: Calcula la freqüència d'una corda de piano, d'acer d'una densitat de 7,85 $kg/\mathbf{dm^3}$, d'un diàmetre de 0,9 mm, amb una distància entre els ponts de 39 cm, que està tibada amb una força de 60 kp.

$$L = 39\ cm = 0{,}39\ m$$

$$T = 60\ kp = 60 \cdot 9{,}8\ N = 588\ N = 588\ m\ kg/\ s^2$$

$$C = \frac{(0{,}0009\ m)^2 \cdot \pi \cdot 7{,}85 \cdot 1000\ kg}{4 \cdot m^3} = \frac{0{,}00499\ kg}{m}$$

$$f = \frac{1}{2 \cdot 0{,}39\ m} \cdot \sqrt{\frac{588\ m\ kg\ m}{s^2 \cdot 0{,}00499\ kg}}$$

$$= \underline{440{,}09\ Hz} \quad \text{(La)}$$

Els intervals, que estan formats per dos tons, es poden representar essencialment de dues maneres: Pel quocient de les freqüències dels dos tons (QUOCIENT CARACTERÍSTIC de l'interval) o per COMPARANÇA AMB UN MICROINTERVAL que varia segons el sistema adoptat. Aquest segon sistema a vegades s'anomena SISTEMA LOGARÍTMIC, ja que per a calcular el nombre de microintervals continguts en un interval determinat, s'ha de recórrer als logaritmes. Recordem aquí que la superposició (o suma) de dos intervals no implica la suma dels seus quocients respectius, sinó la seva multiplicació. Anàlogament, si busquem la meitat d'un interval, no hem de dividir el seu quocient característic per dos: hem d'extreure l'arrel quadrada, ja que és l'arrel quadrada que donarà el quocient primitiu, si la multipliquem amb si mateixa.

En canvi si treballem amb un sistema logarítmic, la suma de dos intervals ens dóna la suma dels seus valors característics; així mateix, la meitat d'un interval correspon a la meitat del seu valor característic logarítmic.

EXEMPLE: a) Quin és l'interval que resulta de la superposició d'una quinta amb el quocient característic 3/2 i d'una sexta menor 8/5 ?

b) Quin interval resulta de la divisió de l'octava en 3 parts iguals?

a) $3/2 \cdot 8/5 = 24/10 = 12/5$; ja que $12/5 = 2 \cdot 6/5$, el nostre interval és l'octava de la tercera menor.

b) $\sqrt[3]{2} = 1{,}25992...$;[1] ja que la tercera arrel és la quarta potència de la dotzena arrel, que correspon al semitò temprat, el nostre interval és la tercera major temprada. Constatem també que la diferència entre la tercera major temprada i la tercera major 5/4 és petita. Però compte: per a calcular aquesta diferència no podem restar els quocients corresponents; hem de dividir-los.

$\sqrt[3]{2}$ = 1,25992...
5/4 = 1,25

Quocient = 1,00793...

Com ho veurem tot seguit, en els sistemes logarítmics de comparació dels intervals amb un microinterval, la multiplicació (o la divisió) dels quocients característics es redueix a l'addició (o la subtracció) del nombre de microintervals continguts en els intervals respectius.

A continuació recordarem breument al lector el concepte matemàtic de LOGARITME, que facilitarà la comprensió dels sistemes d'unitat *"savart"* i *"cent"*. Una potència de la forma $\mathbf{b^e}$, per definició és el producte de e factors que tots tenen el mateix valor b. El valor comú dels factors, b, s'anomena la BASE, el nombre de factors, e, L'EXPONENT de la potència. Per exemple la potència $\mathbf{3^7}$ és el producte 3·3·3·3·3·3·3; en aquest exemple, 3 és la base, i 7 l'exponent de la potència, la qual té el valor 2187. Quan multipliquem dues potències de base igual, es sumen els exponents. El concepte de potència es pot generalitzar per exponents reals. En aquest cas la interpretació de l'exponent com a nombre de factors esdevé absurda, però les regles aritmètiques es conserven. Si es contemplen totes les potències d'una mateixa base, els seus exponents s'anomenen LOGARITMES de la potència. L'equivalent de $p = \mathrm{b}^{\mathrm{r}}$ en terminologia logarítmica s'escriu:

$$r = {}^{b}\log\ p$$

Es diu que r és el logaritme de p a la base b. La base de tal sistema de logaritmes pot ser qualsevol valor positiu diferent de 1, però per les necessitats de la tècnica, la base més usual és 10. Els logaritmes

[1] Tercera arrel de 2; el nombre que s'ha d'elevar a 3 per que doni 2.

de base 10 s'anomenen decimals, i es simbolitzen per lg. Per exemple el logaritme decimal de 100, lg 100, és igual a 2, ja que $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$. Els logaritmes, majoritàriament solen ésser nombres irracionals. El logaritme d'un producte sempre és la suma dels logaritmes dels factors; és a dir, que:

$$\log (a \cdot b) = \log a + \log b$$

Històricament el primer sistema de comparança dels intervals amb un microinterval fix es deu al metge i físic francès Félix Savart (1791-1841), en honor del qual encara avui s'anomena *savart* el microinterval que forma la base del seu sistema. Per definició UN SAVART és la mil·lèsima arrel de 10. Per a calcular el nombre de savarts continguts en un interval donat, I, es procedeix de la següent manera:

$$\left(\sqrt[1000]{10}\right)^x = I \qquad / \log$$

$$x \cdot \log \sqrt[1000]{10} = I$$

$$x \cdot \frac{1}{1000} \cdot \log 10 = \log I$$

$$x = 1000 \cdot \frac{\log I}{\log 10}$$

$$\boxed{\text{nombre de savarts} = 1000 \cdot \frac{\log I}{\log 10}}$$

No importa la base del sistema logarítmic emprat en aquesta fórmula; no obstant recordem que el logaritme decimal és el més corrent i que d'aquí endavant sempre ens referirem al logaritme decimal si no s'esmenta explícitament una altra base. Treballant amb logaritmes decimals, la nostra fórmula es redueix a

$$x = 1000 \cdot \lg I$$

ja que log 10 = 1.

EXEMPLE: A quants savarts corresponen la tercera major 5/4 i la tercera major temprada ? Calcula la seva diferència en savarts.

tercera 5/4: x1 = 1000·log (5/4) = 96,9100...

x2 = 1000·log (1,2599...) = 100,34...
diferència = 3,4333...

En el sistema de Savart l'octava queda subdividida en 301,029... microintervals.

D'aquí endavant farem servir un altre sistema, degut al matemàtic i traductor a l'anglès de l'obra de Helmholtz "Die Lehre von den Tonempfindungen als Physiologische Grundlage für die Theorie der Musik", Alexander John Ellis (1814-90), que divideix l'octava en 1200 *cents*. Un CENT correspon doncs a la centèsima part d'un to temprat. Un *cent* té el quocient característic igual a la mil dos-centèsima arrel de dos. Anàlogament al sistema emprat en el cas dels savarts, trobem l'expressió en *cents* d'un interval I, per la fórmula següent:

$$\boxed{x = 1200 \cdot \frac{\log I}{\log 2}}$$

Si es calculés amb logaritmes de base 2, la fórmula es simplificaria, però els logaritmes de base 2 no són gaire usuals.

<u>EXEMPLE:</u> A quants *cents* correspon la quinta natural? I la quinta temprada?

Quinta natural 3/2: x_1 = 1200 · (log (3/2) / log 2) = 701,955...
Quinta temprada 1,49830...: x_2 = 1200 · (log 1,4983 /log 2) = 700

Hem parlat dels tons emesos per una corda, sense donar-ne cap explicació física. Per entendre més bé els fenòmens vibratoris d'una corda, podem tibar un fil de goma entre dos punts fixes, estirar la goma lateralment pel mig i deixar-la anar de cop. Observarem que tots els punts de la goma, menys els punts de suspensió a cada extrem, experimenten una oscil·lació d'una mateixa freqüència, i si el model està ben fet, en un mateix pla. En aquesta classe d'oscil·lació lateral, l'amplitud és màxima al mig de la corda i va decreixent fins als punts de suspensió, on l'amplitud és 0, de tal manera que la goma vibrant del nostre model té l'aspecte d'un fus. Aquest és el mode vibratori més senzill d'una corda.

Si introduïm artificialment un nou punt fixe, immobilitzant la corda en el punt central entre els dos punts de suspensió, de cop i volta, quan excitem la corda es formen dos fusos i el to emès per la corda ré la freqüència doble, la que correspon a l'octava del to fonamental. De la mateixa manera també podem subdividir la corda en 3, 4 o més segments.

Per n = 2 la corda es divideix en dos fusos amb un punt fix al mig, que s'anomena un NODE**,** mentre que els punt de màxima amplitud s'anomenen VENTRES**.** Una corda sotmesa a aquest mode vibratori emet un to de freqüència doble.

Corda vibrant i desplaçament de l'aire

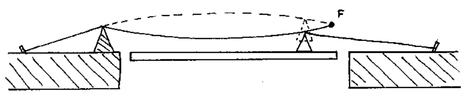
Per n = 3 obtenim una subdivisió de la corda en 3 fusos i el to emès té la freqüència triple del to fonamental, etc.

Si en el nostre model volem observar per exemple el cas de n = 2, hem d'excitar la goma en un punt que cau en la quarta part de la seva llargada.

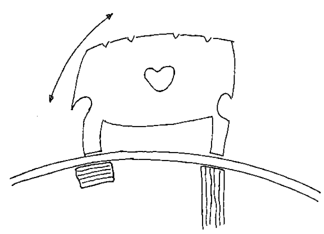
La mateixa corda pot doncs emetre tons amb freqüències f, 2f, 3f, ... El cas normal és que els emeti tots alhora, amb diferents amplituds, de manera que se sent un TO COMPOST. El to fonamental és el que fixa la periodicitat i per tant la freqüència base d'aquesta superposició de vibracions. L'oïda no educada només percep la freqüència del to fonamental d'un to compost d'aquesta manera. Anomenarem PARCIALS els tons que formen els components d'un to composat. Si les freqüències dels parcials són múltiples enters del to fonamental (com és el cas en el nostre exemple de la corda vibrant), es parlarà de PARCIALS HARMÒNICS (o senzillament: HARMÒNICS). El PRIMER PARCIAL serà el to fonamental. Un TO PUR és un to que només conté el primer parcial. Un to pur està generat per una sola oscil·lació sinusoïdal. Cada parcial d'un to composat és un to pur. Tots els parcials d'un to musical composat, amb excepció del to fonamental, s'anomenen SOBRETÒNS. Hem d'insistir en el fet que malauradament les definicions dels termes to composat, to pur, parcial, parcial harmònic i primer parcial no estan sotmesos a cap norma i que cada autor té la seva pròpia terminologia.

Com es transmeten a l'aire les vibracions emeses per una corda? Aquesta pregunta no és del tot tan trivial com semblaria a primera vista. Si ens imaginem una intersecció vertical a través d'una corda vibrant lateralment, el moviment de la corda es reduirà a una oscil·lació sinusoïdal d'un cercle voltat d'aire. Suposem que la nostra corda es trobi en una de les dues situacions extremes. L'aire del costat oposat a la posició d'equilibri ha quedat comprimit i semblaria que aquesta compressió s'hauria de transmetre als voltants i engendrar una ona. No obstant això ens trobem amb un altre fenomen: L'aire de la zona d'alta pressió flueix a la zona de descompressió situada entre la corda i el punt d'equilibri de les pressions i l'ona emesa és extremadament feble. A què devem doncs el so brillant d'un piano o d'un violí? La corda indueix el pont (o els dos ponts) a una vibració de la mateixa freqüència. El pont d'un instrument musical no és doncs tan immòbil com semblaria a primera vista. El pont comunica les seves vibracions a la caixa de ressonància, que és la part de l'instrument que comunica les seves vibracions a l'aire. Degut a la gran extensió dimensional de la caixa de ressonància, aquí les pressions no poden ésser compensades per un flux d'aire, com en el cas d'una corda sola.

Es important que la caixa de ressonància no tingui cap freqüència pròpia (al menys, cap que sigui massa accentuada) dins la tessitura de l'instrument o en el camp dels parcials més importants, ja que en cas contrari, certes notes quedarien molt afavorides davant de les altres. Les vibracions de la caixa de ressonància no són lliures, com en el cas de les ressonàncies en el sentit estricte de la paraula, sinó imposades. Una bona caixa de ressonància ha de traduir un alt percentatge de les vibracions rebudes en ones sonores.



Punt fix virtual



Cavallet d'un violí

En la transmissió de les vibracions de la corda a la taula de ressonància ens hem figurat que el pont es mou paral·lelament a les vibracions laterals de la corda. Això vol dir que el punt de contacte de la corda i del pont no és estrictament el punt fix F, sinó que aquest es troba virtualment en la prolongació de la corda, a poca distància darrera el pont. La figura representa aquest fet i també esquematitza la transmissió de les vibracions de les cordes d'un violí sobra la taula superior a través el cavallet.

Però el pont també té tendència a moure's en direcció de la corda. Aquest fenomen és fàcilment demostrable mitjançant un model: Lliguem una corda a un punt fix, com pot ser una paret, fem-la passar per sobre un pont que es pugui moure com una xarnera, i lliguem-la finalment a una molla ancorada en un altre punt fix. Si moguem el centre de la corda amunt i avall, notarem que la xarnera descriurà un moviment de va i ve amb la doble freqüència del moviment lateral de la corda. Aquest moviment també contribueix a produir un reforçament de l'octava en instruments de corda com per exemple el violí. Si ens imaginem per exemple un instrument, en el qual la corda fos fixada verticalment sobre la caixa de ressonància, els tons emesos per aquesta classe d'instrument serien una octava més alts del que corresponen a les vibracions laterals de la corda.

Veiem doncs, que els ponts dels instruments de cordes no són mai absolutament immòbils, ja que precisament és la seva facultat de vibrar que els permet comunicar les vibracions de la corda a la caixa de ressonància, que finalment radia les vibracions en forma de so.

En el piano modern els 13 sons més greus són engendrats per una corda cada un. Els propers 16 tons es formen a partir de les vibracions de dues cordes afinades a la mateixa freqüència, i els 59 tons restants corresponen a triplets de cordes. Aquesta distribució pot variar lleugerament d'un model de piano a l'altre.

L'afinació a l'unison de dues cordes està facilitada pel fet que les dues cordes formen un sistema vibratori acoblat a través el pont. Si afinem doncs dues cordes d'una mateixa nota amb una diferència extremadament petita (que no pot passar d'un cert límit de tolerància), tocant les dues cordes alhora, emetran un to d'una mateixa freqüència. Es una mica com si les dues cordes es posessin d'acord.

Fins aquí només s'han tingut en compte les oscil·lacions laterals (o transversals) de la corda. Però les cordes encara tenen dos modes vibratoris que no es poden negligir del tot a l'hora d'analitzar els efectes que poden influir sobre el timbre d'un instrument: LA VIBRACIÓ PER TORSIÓ O TORSIONAL I LA VIBRACIÓ LONGITUDINAL. Podem fer un model per cada un dels dos modes: Per a representar la vibració torsional podem enganxar unes barnilles metàl·liques sobre una tira de goma, de manera a obtenir una mena d'escala. Si excitem una de les barnilles, la goma tibada serà sotmesa a una oscil·lació torsional. Per a la representació modèlica de les oscil·lacions longitudinals d'una corda ens podem valer d'una molla en espiral (que ha de ser molt tova per a poder observar l'efecte) tibada entre el sostre i el terra d'una habitació. Si excitem un punt qualsevol de la molla, veurem com una ona recorrerà tota la seva llargada.

Generalment les freqüències de les ones transversals, longitudinals i torsionals són diferents entre elles. A l'escala de casa meva tinc una barana de ferro tubular que es presta com a model per a demostrar les vibracions longitudinals i transversals. Si pico sobre la barana amb el puny, se sent un so que correspon a un La. Si en canvi frego el tub en sentit de la seva llargada amb una mà humida, la barana emet un Fa ♯. Les vibracions longitudinals no depenen de la tensió, però sí de la substància de la que està feta la corda o el tub. Això explica que persones dotades d'una oïda extraordinària poden distingir el so emès per una corda de violí de tripa del d'una corda metàl·lica.

El mode d'excitació és el que determina principalment la manera de vibrar d'una corda i la intensitat dels diferents parcials continguts en el to emès. En primer lloc hem de distingir entre els tons produïts en els instruments de corda fregada (violí, ...), de corda pinçada (guitarra, claveçí, ...) o de corda percudida (piano, ...).

Els instruments del primer grup són els que ofereixen la més gran diversitat de modes vibratoris i concedeixen la màxima llibertat d'expressió a l'artista. En fregar la corda amb l'arquet, a més del mode vibratori lateral ja descrit més amunt, la corda està excitada a unes vibracions torsionals. El lloc de contacte de l'arquet sobre la corda afavoreix uns parcials harmònics o uns altres. En certes partitures violinístiques podem trobar les indicacions "*sul ponticello*" o "*sulla tastiera*". La primera expressió significa, que l'arquet s'ha d'aplicar tant vora el pont com sigui possible. Aquesta posició afavoreix els tons parcials alts i el resultat és un so molt estrident. En canvi si l'arquet frega "sulla tastiera", és a dir sobre el batedor (la fusta sobre la qual els dits de la mà esquerra premen les cordes a fi d'escurçar les seves llargades efectives i poder variar així l'altura dels tons), el to resultant serà molt suau.

En els instruments de cordes pinçades o percudides, l'excitació és instantània. La intensitat del so serà doncs màxima en el primer moment; després les vibracions de la corda s'aniran amortint poc a poc, i el seu mode vibratori no serà gens influenciable pel medi excitador. Tant en el cas de la corda pinçada com en el de la corda percudida, la composició del so serà essencialment fixada pel punt d'excitació, així com per la forma de l'excitador i el material del qual està fet.

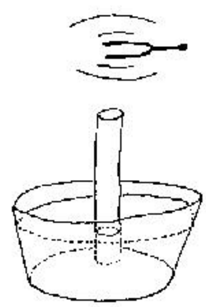
Ja hem esmentat al principi, que el segon parcial harmònic (l'octava del to fonamental) s'afavoreix, si la corda es pica en la quarta part de la seva llargada, ja que d'aquesta manera es crea un ventre vibratori d'aquest parcial. En canvi, picant el punt central de la corda s'obté un so mancat de tots els harmònics d'índex parell, ja que totes les freqüències que són múltiples d'un factor parell de la freqüència fonamental es caracteritzen per tenir un node en el punt central de la corda, que quedaria destruït excitant-la justament en aquest punt.

Trobem un resultat anàleg picant la corda en la tercera part de la seva llargada: tots els parcials harmònics amb els índexs divisibles per 3 queden anul·lats. El mateix passa pels altres nombres naturals.

Com ho veurem en el capítol dedicat a les escales musicals, els primers sis parcials harmònics coincideixen exactament amb tons de l'escala de Zarlino, i per tant es poden aproximar satisfactòriament amb tons de la nostra escala de temprament igual, mentre que el setè parcial harmònic és el primer que no s'ajusta a cap de les notes de l'escala musical usual. Contemplem per exemple els primers 7 parcials harmònics del Do central d'un piano, el Do (3):

Parcial Número	1	2	3	4	5	6	7
Nota	Do (3)	Do (4)	Sol (4)	Do (5)	Mi (5)	Sol (5)	La – si ♭

En aquest cas, el setè parcial harmònic està situat entre el La i el Si ♭. Per a eliminar aquesta dissonància, el gran físic Helmholtz va optar per escollir el punt situat en la setena part de la corda d'un piano com a punt de percussió del martellet. D'aquesta manera quedaria eliminat el parcial harmònic Nº7, el 14, el 21, ... del to d'un piano. No obstant això, l'experiència, que en el cas de la construcció d'instruments musicals sempre ha estat més fructífera que les ciències exactes, ha demostrat que la presència del setè parcial afavoreix la bellesa del to.



Ressonància de l'aire en un tub

Un altre paràmetre que intervé decisivament en la qualitat del to pianístic és la construcció del martellet percussor. Els martellets durs afavoreixen els parcials alts, els martellets suaus fan ressaltar més els primers parcials. Algunes vegades s'ha arribat a utilitzar un piano amb els martellets recoberts de metall, per a aconseguir un so especialment dringant. També influeix la forma del martellet: els que són més punxeguts fan ressaltar més els parcials aguts, els que són més roms, al contrari. Els bons afinadors saben jugar amb la consistència de la capa de filtre que recobreix el nucli dels martellets, punxant-la amb agulles.

Disposant d'un piano de cua, es poden efectuar una sèrie molt interessant d'experiències acústiques, detectant les vibracions de les cordes a partir dels moviments d'uns cavallets de paper penjats sobre les cordes que són objecte de l'examen. Però compte: l'acer de les cordes es rovella fàcilment! Les petites ratllades en la superfície de l'acer de les cordes, tendeixen a provocar la seva ruptura més endavant! Si per exemple toquem el Do (3), tot pitjant sempre el pedal fort (que és el que fa que tots els amortidors es separin de les cordes), constatarem, que les cordes que corresponen als parcials harmònics del Do (3) [doncs Do (4), Sol (4), Do (5), etc.] també vibren per ressonància. Però notarem que també vibren Do (2) i Fa (1), entre altres, perquè una de les freqüències de ressonància pròpia d'aquestes cordes és Do (3), ja que Do (3) n'és un parcial harmònic. Potser ens estranyarà el fet de que la nota Do (1) també fa vibrar les cordes del Sol (1), tot i que no es tracta de cap parcial de Do (1). Però Sol (1) té un parcial en comú amb el Do (1), el Sol (2), entre altres, i és aquest últim que fa vibrar les cordes del Sol (1) en una de les seves freqüències de ressonància. En efecte, si pitgem suaument la tecla Sol (1), sense el pedal i sense que el martellet arribi a tocar les cordes, i mentre que aguantem la tecla toquem breument el Do (1), sentirem la nota Sol (2) fins que deixem anar la tecla Sol (1).

En un piano en perfectes condicions les cordes no han de sofrir cap mena de vibracions torsionals. L'experiència demostra, que muntant una corda nova en un piano, de manera que aquesta quedi torçada, les vibracions transversals interfereixen amb unes de torsionals, amb el resultat d'un to lleugerament indeterminat en la seva altura, que no es pot arribar a afinar mai amb precisió.

Com ho veurem més endavant, en el capítol dedicat al timbre, la presència de parcials harmònics té un paper preponderant en la distinció acústica de diferents tons de la mateixa altura, emesos per diferents instruments. Una persona amb l'oïda exercitada pot arribar a sentir els parcials individuals d'un to musical. Per intentar de sentir els parcials d'un to de piano, una persona amb l'oïda inexperta, pot realitzar els exercicis següents:

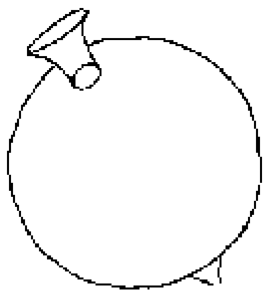
- Primer pitgem lleugerament la tecla Sol (4) del piano. Acte seguit pitgem vigorosament la tecla Do (3); podem sentir la nota Sol (4) com a component del Do (3) (Sol (4) és el tercer parcial de Do (3)).

- Toquem ara un acord, que no contingui la nota Sol (4), però cada nota que contingui Sol (4) com a parcial:

Do (2), Mi ♭ (2), Sol (2), Do (3), Sol (3).

(Sol (4) és el parcial harmònic Número 6 de Do (2), el parcial harmònic Número 5 de Mi ♭ (2), el parcial harmònic Número 4 de Sol (2), etc.). El parcial Sol (4) es manifesta vigorosament, però està sotmès a unes fluctuacions d'intensitat que s'explicaran en el capítol següent.

Tot i que sempre hi ha hagut persones dotades d'oïdes fenomenals, com per exemple Rameau, de qui deien que era capaç de discernir àdhuc els tons parcials de la veu humana, els físics no es donaven per satisfets amb el testimoni subjectiu que representa un òrgan humà, sinó que buscaven la manera de representar els tons parcials com un fet físic palpable, aïllant-los individualment. Aquest desig fou satisfet plenament pels ressonadors ideats pel gran físic, metge i matemàtic alemany, Helmholtz. L'efecte de ressonància, comentat en el capítol anterior, no es limita als cossos sòlids, com ara molles, ponts o cordes de violí, sinó que també pot afectar a fluids continguts en uns atuells adequats. Una experiència senzilla, que tothom pot realitzar, ens ho demostrarà:



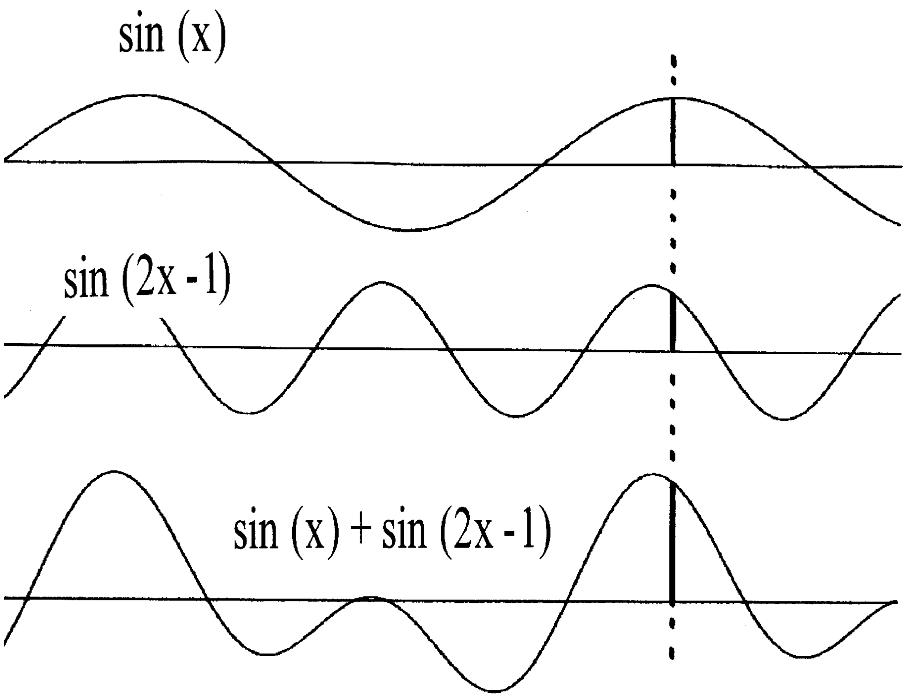
Resonador d'Helmholtz

- Un tros de tub de vidre o plàstic dur es submergeix verticalment en una palangana d'aigua, de manera que n'emergeixi un tros cilíndric. Sobre l'obertura del tub hi situem un diapasó en vibració i anem variant l'altura del tub, fins a trobar una posició en la qual el so del diapasó quedi reforçat notablement. En aquesta posició la columna d'aire continguda en el tub, sobre la superfície de l'aigua, es troba en ressonància amb la freqüència del diapasó.

Els RESSONADORS DE HELMHOLTZ són uns recipients de vidre esfèrics amb una obertura de cada banda, una per a aplicar-hi l'orella, l'altra per captar les ones de la font sonora. Un ressonador del tipus de Helmholtz actua com una mena de filtre acústic, ja que només reforça els tons d'una sola freqüència (o per ser més exacte: els tons continguts dins una banda de freqüències); per a analitzar els components de qualsevol to composat, Helmholtz disposava d'uns jocs de ressonadors, afinats cada un a una freqüència ben determinada. Avui dia que es disposa de sistemes d'anàlisi electrònica dels sons, els ressonadors de Helmholtz gairebé ja només serveixen per a demostracions en el camp de l'ensenyament de la física. Però hem de tenir en compte que a l'època de Helmholtz representaven una valuosíssima i insubstituïble eina de l'acústica, que va permetre realitzar un avanç important en aquesta ciència.

SUPERPOSICIÓ DE TONS

La música, rares vegades es contenta de l'emissió d'un sol to a la vegada. En aquest capítol presentarem breument els fenòmens físics relacionats a la superposició de dos tons sinusoïdals, doncs purs i mancats de parcials superiors, que estan caracteritzats físicament per tres variables: La seva freqüència (que determina l'altura del to), la seva amplitud[1] i la seva fase momentània. Com ho veurem en el capítol dedicat a l'oïda humana, la nostra oïda no pot distingir aquesta última variable; no obstant això veurem, que en la transmissió del so és fonamental.



Superposició de dues corbes

[1] La freqüència i l'amplitud determinen la intensitat del so: La intensitat és proporcional al quadrat de la freqüència i al quadrat de l'amplitud.

Gràficament la superposició de dues oscil·lacions sinusoïdals, com també la de dos o més sons qualsevols, es manifesta com a suma (punt per punt) de les corbes funcionals (elongació en funció del temps, corba fonogràfica) que caracteritzen els dos sons.

Entre la infinitat de possibilitats triarem uns quants casos especials: - Si sumem dos tons idèntics (mateixa amplitud, freqüència i fase), obtenim un to de la mateixa freqüència i de la mateixa fase, l'amplitud del qual és la suma de les amplituds dels dos tons, doncs el doble de cada un.

$$y = A \cdot \sin x + A \cdot \sin x = 2 \cdot A \cdot \sin x$$

Més generalment: sumant dos tons que només es distingeixen per la seva amplitud, obtenim un to de la mateixa freqüència i fase, l'amplitud del qual s'obté sumant les amplituds dels dos tons.

$$y = A \cdot \sin x + B \cdot \sin x = (A + B) \cdot \sin x$$

- Si sumem dos tons que només es distingeixen en una diferència de fase de π, el resultat és l'absència total de so, ja que les dues corbes fonogràfiques s'anul·len mútuament. Veiem doncs, que sumant dos tons, no sempre s'obté un increment de potència.

- Si sumem dos tons sinusoïdals tal que la freqüència del primer és un múltiple natural de la del segon, el resultat és un to composat amb un parcial harmònic.

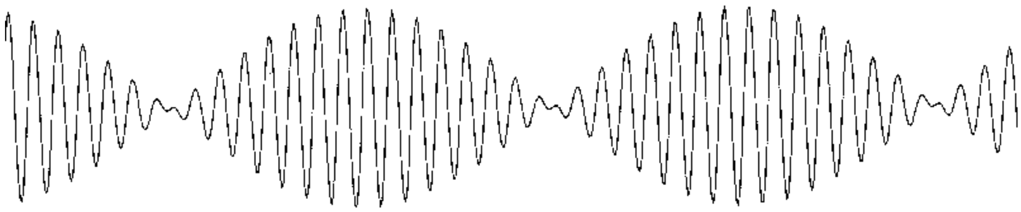
- Si sumem dos tons tals que les seves freqüències tenen un divisor comú, d, els dos tons pertanyen al conjunt dels possibles parcials harmònics d'un to de freqüència d. L'orella interpreta aquesta superposició com un acord musical, que pot ser consonant o dissonant, segons unes circumstàncies que es comentaran més endavant.

- Un cas especialment important és la superposició de dos tons d'una amplitud aproximadament idèntica, però d'una freqüència lleugerament diferent. Si considerem que els dos tons comencen a vibrar aproximadament en fase, en aquest primer cicle la suma de les amplituds serà aproximadament el doble de l'amplitud de cada corba. Després d'un cicle trobarem un desfasament corresponent a la diferència de període de les dues corbes. Al cap d'uns quants cicles la diferència de fase correspondrà aproximadament al valor π, i la suma de les amplituds s'aproximarà a 0. Acabat la suma tornarà créixer fins a un màxim. Aquest fenomen es repetirà amb una certa periodicitat que tindrà com a freqüència la diferència de les freqüències dels dos tons superposats. El fenomen d'aquests increments i decrements consecutius s'anomena PULSACIONS[1]. La freqüència del to audible serà la mitjana aritmètica dels dos tons primitius.

<u>EXEMPLE:</u> Si excitem simultàniament dos diapasons, un amb la freqüència de 440 *Hz* (el La internacional) i l'altre amb una freqüència de 435 *Hz*, el to s'apagarà i s'incrementarà 5 vegades al segon. Tenim unes pulsacions de 5 *Hz*.

Com ho veurem més endavant, les pulsacions són d'importància primordial en l'afinació de la majoria dels instruments musicals.

Una altra possible aplicació és l'alarma utilitzada en les mines propenses a acumular gasos tòxics o explosius: consisteix en dos xiulets afinats a la mateixa freqüència. Un d'ells s'alimenta amb aire ambient, l'altre rep aire de l'exterior de la mina. Ja que la composició de l'aire influeix sobre l'altura del to produït en els instruments de vent, en carregar-se massa l'aire de la mina de gasos nocius, el xiulet alimentat amb aire interior canvia lleugerament de freqüència. El resultat són unes pulsacions dels tons emesos pels dos xiulets, que criden immediatament l'atenció dels treballadors.



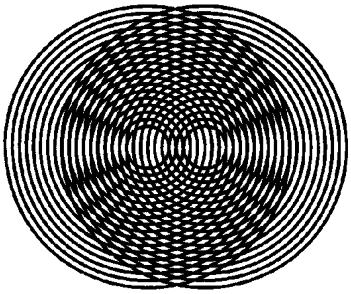
Pulsacions

Si la diferència entre les freqüències va creixent, la freqüència de les pulsacions s'incrementa. A partir d'una freqüència de pulsacions de 30 o 40, aproximadament, l'oïda comença a percebre un to d'aquesta mateixa freqüència, un **TO DE DIFERÈNCIA**. Si per exemple toquem simultàniament un to de 440 *Hz* i un altre de 550 *Hz* (tercera major del primer) sobre un violí, podem arribar a sentir un de 110 *Hz* (550-440) com a to de diferència.

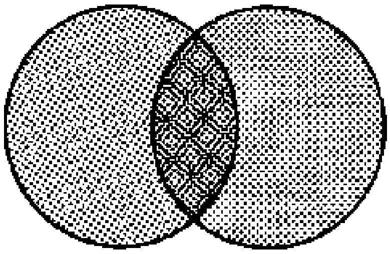
Els tons de diferència representen el fenomen més important dins el camp dels anomenats TONS DE COMBINACIÓ, que no sempre són tons reals, sinó que poden ser efectes subjectius de la nostra oïda. Ja Tartini va descobrir els tons de diferència a la vora de l'any 1754. Per això a vegades podem trobar la designació "tons de Tartini". L'any 1856 Helmholtz va descobrir un altre tipus de tons de

[1] També s'empra el terme de batecs.

combinació, els TONS DE SUMA, que són molt més difícils de percebre.



Interferències de cercles



Interferències de trames

Tal com es poden superposar les oscil·lacions, també es superposen les ones. Aquests casos són molt més complexes des del punt de vista matemàtic, que la superposició de les oscil·lacions, ja que aquí ja no es tracta d'una sola partícula que vibra, sinó d'una infinitat. No obstant, a continuació contemplarem certs casos especials. Hem d'advertir que per regla general dues ones acústiques d'intensitat normal que s'encreuen no s'influencien mútuament, tot i que comparteixen el mateix medi de propagació.

S'anomena **INTERFERÈNCIA** el resultat de la superposició de dues o més ones. Les ones implicades poden ser unidimensionals com per exemple dues ones acústiques que es propaguen dins un tub, bidimensionals com en el cas de les ones aquàtiques que es superposen sobre la superfície de l'aigua d'un estany, o bé tridimensional, com és el cas general de les ones acústiques. En qualsevol cas, cada punt pot ésser estudiat individualment com a lloc de superposició de dues (o més) vibracions. Per a donar una idea dels fenòmens que poden intervenir en les superposicions d'ones bidimensionals, les dues il·lustracions amb el títol "Interferències" representen la superposició de dues estructures regulars: en el primer cas s'han superposat dues trames de cercles concèntrics, i el resultat és semblant al que s'obté, si en un estany hi tirem dues pedres alhora, amb una certa distància una de l'altra; en el segon cas el resultat és semblant als efectes de "moiré" que a vegades es produeixen en la reproducció fotomecànica mitjançant una trama autotípica, quan l'original ja presenta una estructura tramada[1]. Naturalment aquestes dues il·lustracions no representen els fenòmens que efectivament tenen lloc quan es superposen dues ones bidimensionals, ans que

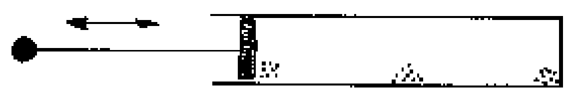
[1] Malauradament aquí tampoc ens lliurem del tot d'aquest efecte, ja que les estructures regulars que representen les dues il·lustracions tendeixen a interferir amb les trames del sistema informàtic.

només ens donen una idea estàtica. Amb una mica d'imaginació ens podem figurar les analogies tridimensionals que corresponen a la majoria dels casos de l'acústica.

La superposició d'ones d'una mateixa freqüència dóna lloc a un fenomen conegut pel nom D'ONA ESTACIONÀRIA. Es poden obtenir ones estacionàries per la superposició d'ones d'una, de dues o de tres dimensions.

- Com a primer exemple mencionarem el cas de la superposició de dues ones unidimensionals en un tub, anomenat TUB DE KUNDT, en honor al seu inventor, August Kundt (1839-94). El tub de Kundt, comparable en la seva construcció a una manxa de bicicleta, és un tub de vidre, amb un tap fix d'un costat, i un tap mòbil de l'altre en forma de pistó. Si el pistó vibra de tal manera (en direcció de la fletxa), que el període del moviment oscil·latori coincideix amb el temps que necessita una ona acústica per a recórrer la distància entre el pistó i el tap fix, reflectir-se contra el tap i tornar fins al pistó, l'aire dins el tub es troba en ressonància amb la freqüència del pistó. Aquesta situació es pot aconseguir, modificant la freqüència vibratòria o ajustant la llargada de la distància entre el pistó i el tap fix. Si es dobla la freqüència vibratòria del pistó, tornem tenir una situació de ressonància. En aquest cas, però, cada ona emesa pel pistó topa amb l'ona anterior reflectida (ambdues tenen la mateixa freqüència), i el resultat n'és una ona estacionària, caracteritzada per l'existència d'unes zones d'immobilitat gairebé absoluta, que s'anomenen **NODES,** en analogia amb la corda vibrant, que també admet la interpretació d'ona estacionària, i d'unes altres zones, de màxima agitació, els **VENTRES.**

En el cas més senzill hi ha dos nodes, un que està a tocar el pistó, i l'altre situat al punt de reflexió contra el tap fix. Si el nostre pistó es posa a vibrar amb el doble de la seva freqüència inicial, tindrem tres nodes, i si la freqüència inicial es multiplica amb un nombre natural n, el nombre de nodes serà de n+1.



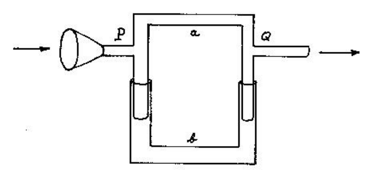
Tub de Kundt

El lector atent podria veure una contradicció en el fet, que el pistó que comunica les vibracions a l'aire de l'interior del tub és un node, ja que no pot pas ser immòbil i comunicar moviment vibratori alhora. Aquesta paradoxa s'explica anàlogament com el fet que les cordes comuniquen les seves vibracions a la caixa de ressonància a través el pont, que també fa de punt fix, de node. En aquest cas s'havia d'admetre que el punt fix era virtual i es trobava una mica darrera el pont. Aquí també hem d'admetre que el punt fix és virtual i es troba del costat oposat a la paret del pistó.

La gràcia del tub de Kundt resideix en la possibilitat de demostrar experimentalment la presència dels nodes. Per a aquest efecte s'introdueix una mica de pols finíssima i lleugeríssima (farina o suro, per exemple) a l'interior del tub. Quan l'aire del tub es posa en ressonància, la pols, que té tendència de defugir els indrets sotmesos al moviment oscil·lant, s'apilona en les àrees dominades pels nodes, i s'observa una distribució corresponent a la figura. El tub de Kundt encara avui és una valuosa eina de l'ensenyança elemental de la física.

Si excitem simultàniament dos punts de la superfície d'un llac amb una mateixa freqüència, podrem observar el fenomen d'una ona estacionària bidimensional. Si en dos punts de l'espai uns altaveus emeten un to de la mateixa freqüència, obtindrem una analogia tridimensional als dos exemples anteriors. Recorrent diferents zones de l'espai amb l'orella, ens donarem compte que certs punts reforcen el so, mentre que en altres punts resulta gairebé inaudible. De la mateixa manera el to d'un diapasó (no reforçat amb un ressonador) se sent més intensament en certes zones que en d'altres. Sempre quan es superposen dues ones de la mateixa freqüència, cada punt de l'espai acusa una diferència de fase constant, i això és la base del que denominem "ona estacionària".

Ja que en el cas general les ones que es superposen no tenen en comú ni la freqüència ni l'amplitud (i en conseqüència tampoc la fase), s'han de tenir en compte els efectes de pulsacions, de tons de diferència etc. en cada punt.



Tub de Quincke

El TUB DE QUINCKE consisteix en una bifurcació d'un tub acústic en les parts a i b en un punt P, seguida de l'entroncament dels dos tubs en el punt Q. La llargada del tub b es pot variar fàcilment gràcies a la disposició mecànica que s'esquematitza en la figura. Aquesta disposició permet superposar dos tons que només es distingeixen per la seva fase. El so original es produeix en un extrem de l'aparell (que és simètric), de manera que les ones sonores es separin en el punt P i es tornin reunir en el punt Q. Ja que el tros de tub a és més curt que el tros b, les ones que passen per b arriben una mica més tard al punt Q, de manera que són desfasades. Si la freqüència del to emès davant de l'extrem del tub s'escull de manera que el desfasament correspongui exactament a mitja longitud d'ona, el resultat de la superposició és... el silenci. En aquest sentit el tub de Quincke es pot considerar un antagonista al ressonador de Helmholtz, que reforça un to determinat, amortint tots els altres, mentre que en el tub de Quincke passa el contrari.

També la següent experiència de Savart serveix per a demostrar el resultat de la superposició de dos tons que només es distingeixen per la seva fase: Savart produïa un to a poca distància d'una paret. En els diferents punts de l'espai es produeixen superposicions de les ones emeses directament per la font sonora i les ones reflectides contra la paret (en forma d'eco; usualment només es sol parlar d'eco, quan el desfasament ens és perceptible directament), de manera que resulta fàcil comprovar la presència de nodes i de ventres.

REPRESENTACIÓ GRÀFICA DEL SO I UNITATS DE MESURA

En el capítol introductori s'explica breument el concepte de CORBA FONOGRÀFICA, com a corba que representa l'elongació d'una vibració en funció del temps. En el cas més elemental la corba fonogràfica és una corba sinusoïdal o la superposició de diverses corbes sinusoïdals. Però en general la corba pot tenir formes molt irregulars. Recordem que la corba representa la posició relativa d'un objecte vibrant en funció del temps. Com ho hem vist en el cas de la corda vibrant, l'oïda humana està capacitada per a discernir els diferents tons parcials que intervenen en la formació d'un so musical, doncs d'un so periòdic. Els sons parcials harmònics es poden detectar també amb un ressonador acústic o bé amb un detector electrònic. Tenim doncs aquí tres mitjans per a determinar els tons parcials que intervenen en un so musical. La figura "4 corbes periòdiques" representa:

a) Un to sinusoïdal amb la fórmula: y = sin (x).

b) El mateix to amb un parcial harmònic, amb una amplitud tres vegades menor que la del to fonamenta: $y = \sin(x) + \frac{\sin(2 \cdot x)}{3}$

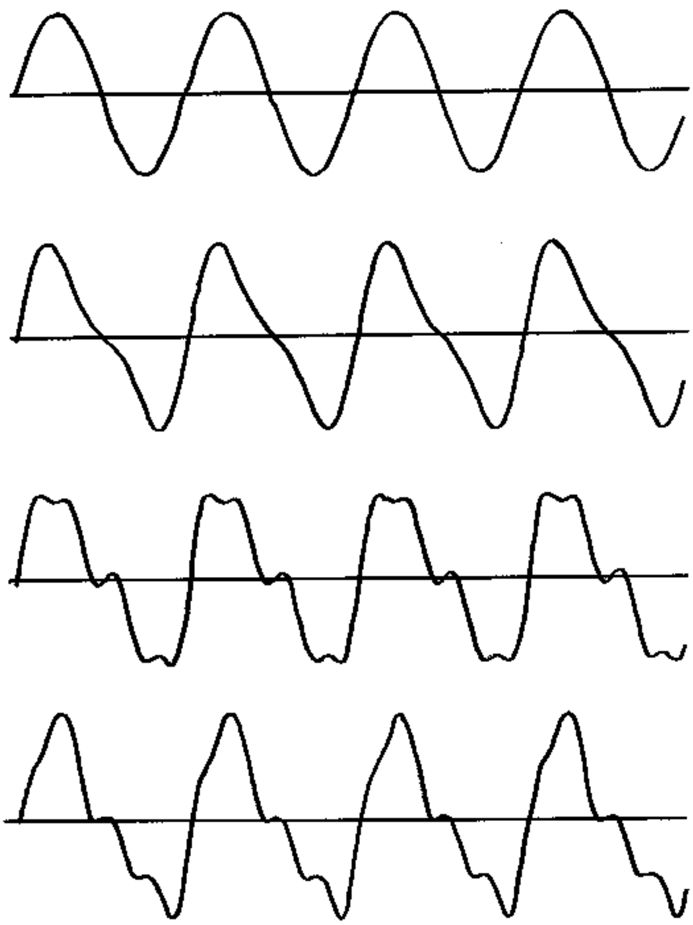
c) El mateix to amb un parcial harmònic, amb una amplitud tres vegades menor, i el quart parcial harmònic, amb una amplitud cinc vegades menor que la del to fonamental:

$$y = \sin(x) + \frac{\sin(2 \cdot x)}{3} + \frac{\sin(4 \cdot x)}{5}$$

d) Igual que c), amb desviació de fases:

$$y = \sin(x) + \frac{\sin(2 \cdot (x - 0.2))}{3} + \frac{\sin(4 \cdot (x + 0.3))}{5}$$

Curiosament, els sons de les dues primeres corbes, que s'assemblen bastant òpticament, són fàcils de distingir amb l'oïda. En canvi els sons corresponents a les dues últimes corbes, que tenen un aspecte ben diferent, resulten indistingibles per la nostra oïda. Aquest fet s'explicarà en el capítol dedicat al teorema de Fourier.

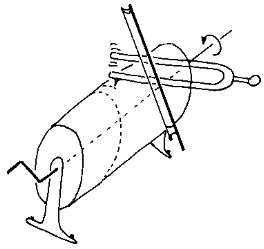


4 Corbes periòdiques

Els sons que sentim a diari, generalment no solen ser musicals i en aquest cas s'anomenen sorolls. Els sorolls no són periòdics i no representen, estrictament parlat, tons, tot i que alguns d'entre ells evoquen un to determinat, quan algun dels parcials domina sobre els altres. Si analitzem una fracció temporal curta d'un soroll, la podem identificar al so musical que obtindríem repetint la nostra fracció periòdicament.

Òbviament la descomposició en tons parcials perd en exactitud a mesura que s'escurça l'interval de temps contemplat, ja que és impossible deduir una periodicitat a partir d'un tros de corba massa curt. Sobretot els sons baixos (que tenen la periodicitat més llarga) no es poden detectar en una secció massa curta.

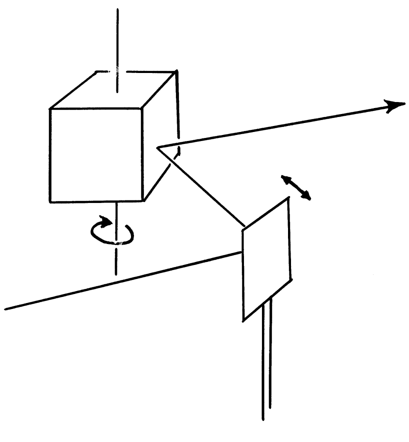
D'altra banda, si el tros de corba és prou ampli per a poder realitzar una anàlisi prou detallada de les periodicitats de la corba, es perd una certa informació sobre el desenrotllament temporal de la corba. Entre altres els tons periòdics de poca duració no es poden reconèixer com a tal. S'observa doncs aquí un fenomen d'indeterminació, formalment comparable al principi d'Heisenberg.



Disposició de Young

Històricament, un dels primers sistemes per a registrar una corba fonogràfica és degut a T. Young, que l'any 1807 va gravar les vibracions aproximadament sinusoïdals d'un diapasó sobre un cilindre rotatiu de vidre, recobert d'una fina capa de sutge. En la disposició de Young, una punta finíssima acoblada a una de les branques del diapasó gravava les vibracions en la capa de sutge, mentre que el moviment vibratori s'entretenia mitjançant un arquet, semblant al d'un violí.

Tot i que avui en dia s'utilitzen gairebé exclusivament els oscil·lògrafs de raig catòdic, els primers oscil·lògrafs funcionaven a base d'un mirall rotatiu que projectava sobre una pantalla un raig de llum desviat per un mirall vibrant. Aquesta disposició permet obtenir la corba fonogràfica de qualsevol vibració periòdica. En lloc d'un sol mirall generalment s'utilitza una disposició de diferents miralls, $m_1, \ldots\ m_n$ al voltant d'un eix, tal com es veu en la figura.



Els miralls rotatius

El mirall s'ha d'instal·lar de tal forma que segueixi el ritme de les vibracions que es volen representar gràficament. Per exemple pot ser enganxat sobre la punta d'un diapasó, si interessa recrear una analogia de l'experiència de Young. En combinació amb una membrana que vibra sota l'acció de les ones sonores es poden reproduir les corbes d'un so periòdic qualsevol. L'eix[1] del mirall vibratori ha de ser perpendicular a l'eix dels miralls rotatius. D'aquesta manera el raig de llum projectat sobre el mirall vibratori queda desviat amunt i avall, sempre en direcció de l'eix dels miralls

[1] L'eix és imaginari, perpendicular a la tiga que aguanta el mirall vibrant.

rotatius. Cada faceta de l'aparell rotatiu projecta el raig sobre una pantalla, començant per l'esquerra i acabant per la dreta (o al revés, segons la direcció de rotació). En el moment de canviar de faceta, el raig torna de cop a la seva posició inicial, a l'esquerra de la pantalla. Si ajustem la periodicitat de l'oscil·lació (del so) amb la velocitat de l'aparell, podem obtenir una projecció aparentment quieta (a partir d'una freqüència de 15 o 20 imatges al segon, la nostra vista ens proporciona una sensació de continuïtat; fet que constitueix la base fisiològica de la cinematografia), que àdhuc pot ésser fotografiada.

La flama manomètrica

A partir de 1864 Koenig analitzà el so mitjançant un mirall rotatiu combinat amb una flama de gas que canviava les seves dimensions al ritme del so. Això fou possible gràcies a la càpsula manomètrica que descriurem tot seguit.

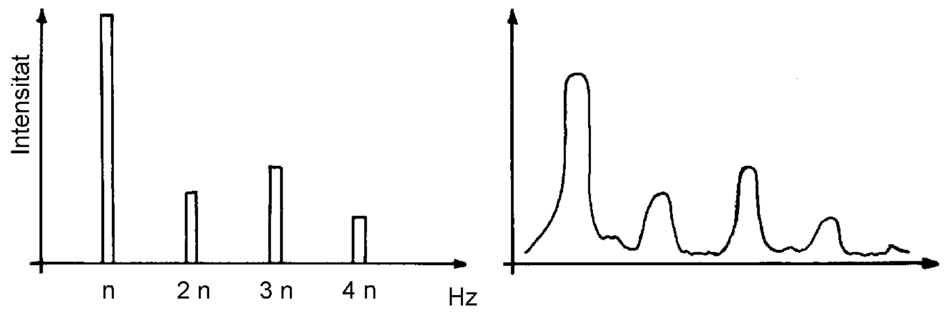
La càpsula està recoberta d'un costat per una membrana flexible que pot vibrar al ritme del so. La paret oposada de la càpsula és rígida i està proveïda d'una entrada i d'una sortida de gas combustible, de manera que una corrent contínua de gas flueix a través la càpsula. S'encén el gas a la seva sortida. D'aquesta manera la intensitat de la flama varia a la més mínima compressió o descompressió deguda a l'acció del so sobre la membrana flexible. La figura "La flama manomètrica" mostra esquemàticament tres de les possibles imatges[1] que es podien obtenir combinant la càpsula manomètrica amb el mirall rotatiu. La primera és el dibuix obtingut cantant la vocal *u*. La segona correspon a la vocal *i*, i la tercera a la mateixa vocal cantada sobre un to superior.

[1] Aquestes tres imatges s'han obtingut calcant una de les il·lustracions del llibre de R. Koenig "Quelques expériences d'acoustique", Paris, 1882.

Entre les invencions destinades a la representació de la corba fonogràfica del so destaca un invent del tipògraf Scott, l'anomenat *Phonautographe,* que data de l'any 1857. El *Phonautographe* treballa d'una manera similar al fonògraf d'Edison, però sense la seva possibilitat de reproducció del so. La gravació s'efectua sobre un cilindre recobert de sutge, com en l'aparell de Young. No descriurem aquí l'aparell de Scott, per la seva gran semblança amb el fonògraf, que es descriurà en el capítol LA REPRODUCCIÓ DEL SO.

Un to musical ideal (des del punt de vista de la definició, doncs perfectament periòdic, no pas en el sentit estètic), es pot representar en forma D'ESPECTRE DE PARCIALS, tal com ho mostra la figura. L'espectre de parcials ens informa sobre l'amplitud de cada un dels parcials harmònics, que tenen un paper preponderant en la caracterització del timbre dels instruments musicals amb sons entretinguts.

Quan tenim un so aproximadament periòdic, és a dir un to amb parcials no perfectament harmònics, o bé un so aperiòdic en general, l'espectre de parcials es converteix en una corba contínua que pot



Espectre de parcials d'un so perfectament periòdic i d'un altre que s'hi aproxima

tenir l'aspecte de la part dreta de la figura.

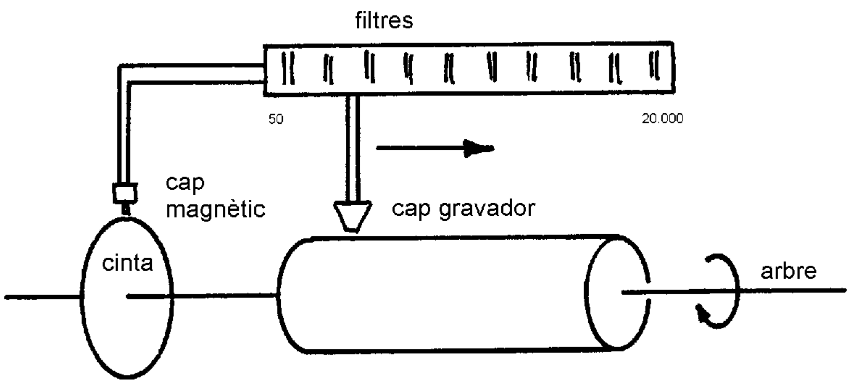
En el cas de sons no periòdics, l'espectre de parcials només ens dóna una descripció d'un moment determinat de l'evolució del fenomen sonor. Si poguéssim dibuixar en tres dimensions, un soroll qualsevol es podria representar com una mena d'escultura, agafant un sistema de coordenades en el qual el temps, les freqüències i les seves amplituds en cada moment constitueixen les tres coordenades. Representant la situació gràficament, ens hem de donar per satisfets amb una projecció del nostre espai sonor sobre el pla del dibuix, és a dir que ens hem d'imaginar la tridimensionalitat a partir d'un dibuix en perspectiva. Si ens imaginem una pila de diagrames ordenats cronològicament (d'un cert gruix material i dibuixats sobre material transparent, o bé retallats amb tisores) superposats, ens podem fer una idea més clara de l'aspecte d'un diagrama d'aquestes característiques, que podria semblar-se a la maqueta d'un paisatge fantàstic.

Per a representar el so gràficament, els Laboratoris Bell van desenvolupar una màquina anomenada SONÒGRAF que produeix uns diagrames anomenats sonogrames. En el sistema sonogràfic, la tercera dimensió, l'amplitud dels diferents parcials es representa com a diferents valors de grisos. Un gris clar significa una amplitud petita, un gris fosc, una amplitud gran. El blanc significa l'absència total d'un parcial determinat.

El sonograma està considerat com a l'ideal de la representació gràfica del so. Vet aquí el principi de funcionament:

Una seqüència sonora es grava sobre cinta magnètica amb un magnetòfon. La cinta es col·loca sobre el mateix cilindre que el paper preparat per a la gravació del sonograma. El paper sonogràfic és un paper sensible, fotogràfic o termogràfic, per exemple. El cap gravador comença a gravar en el primer nivell (línia paral·lela) les intensitats dels sons que corresponen a la primera banda de freqüències considerada (per exemple de 50 a 60 *Hz*). La separació de les diferents bandes de freqüències s'efectua mitjançant uns filtres electrònics, que són comparables en la seva finalitat als ressonadors acústics de Helmholtz. Quan el cilindre ha fet una volta, el cap gravador puja al proper nivell sobre el paper, mentre que el filtre es sintonitza sobre la pròxima banda de freqüències (per exemple de 60 a 75 *Hz*).

Al cap d'un nombre determinat de voltes s'obté sobre el paper un dibuix que correspon a la projecció vertical del nostre model tridimensional del so, si substituïm l'altura (corresponent a l'amplitud de cada freqüència considerada) per uns certs valors de gris.



Funcionament esquemàtic del sonògraf

Si volem estudiar el so des del punt de vista quantitatiu, hem de distingir entre dues classes d'unitats de mesurament, les unitats físiques, que són les objectives, és a dir que són les que no depenen de l'oïda, i les unitats psicològiques, que varien d'una persona a l'altra i àdhuc depenen de la seva disposició momentània. Ja que les unitats psicològiques descansen sobre les unitats físiques, començarem amb aquestes últimes.

En el sistema mètric internacional (SI), introduït l'any 1960 a l'ocasió de la onzena conferència internacional sobre mesures, totes les mesures de la física clàssica es poden expressar mitjançant set unitats bàsiques: El metre (m) és la unitat de la distància, les masses s'expressen en quilograms (kg) i els lapses de temps en segons (s). La corrent elèctrica (la intensitat) s'expressa en Ampères (A), la temperatura en Kelvin (K), la quantitat de substància en mols (mol) i la intensitat lluminosa en candeles (cd). [1]Totes les altres unitats s'anomenen unitats derivades. Aquest sistema a vegades s'anomena MKS, per distingir-lo d'un altre sistema conegut per CGS que utilitza les unitats centímetre (cm), gram (g) i segons. Tot i que els

[1] Per més detalls es pot consultar la pàgina Web del "Bureau International des Poids et Mesures", www.bipm.fr, que conté una taula sinòptica que relaciona les diferents unitats derivades entre elles.

dos sistemes són equivalents, avui dia ja només hauríem de fer servir el que va recomanar la conferència normativa internacional. Ja que en llibres antics es solien fer servir les mesures del sistema CGS, la taula confronta les unitats corresponents als dos sistemes:

	MKS	**CGS**	**Unitats tècniques**
Llargada	m	cm	
Massa	kg	g	
Temps	s	s	
Velocitat	m/s	cm/s	
Força	$N = \frac{m \cdot kg}{s^2}$	$dyna = \frac{cm \cdot g}{s^2}$	1 kp = 9,81 N
Energia/Treball	$J = N{\cdot}m = \frac{m^2\,kg}{s^2}$	$erg = dyna \cdot cm = 10^7\,J$	1 cal = 4,187 J
Potència	$W = \frac{J}{s} = \frac{m^2 \cdot kg}{s^3}$	erg/s	1 cavall = 735,7 W
Pressió	$\mathbf{Pa = \frac{N}{m^2}}$	$\mathbf{\frac{dyna}{cm^2}}$	1 atm = 101325 Pa
Intensitat	$\mathbf{\frac{W}{m^2}}$	$\frac{erg}{s \cdot m^2}$	

Les quantitats físiques que comentarem a continuació són: La velocitat, l'acceleració, la força, l'energia, la potència, la pressió i la intensitat.

LA VELOCITAT és el quocient entre el camí que ha transcorregut un objecte (una partícula o una ona per exemple) i el temps que ha emprat per a recórrer aquest camí. Per exemple la velocitat mitjana d'un cotxe que ha recorregut 40 km en mitja hora és:

40 km / ((1/2) h) = 80 km/h

En el sistema MKS les velocitats es mesuren en m/s. El cotxe del nostre exemple té una velocitat de 22,22... m/s.

Si un cos en moviment va canviant de velocitat, es diu que està sotmès a una ACCELERACIÓ (a vegades es parla de DECELERACIÓ, si la velocitat es va reduint). Quan l'acceleració és uniforme o regular, l'increment de velocitat en un lapse de temps determinat és una constant. En aquest cas, l'acceleració es calcula com a quocient entre la diferència de velocitats i el temps emprat per arribar-hi. En el sistema MKS les acceleracions es mesuren en (m/s)/s = $\frac{m}{s^2}$. Un cos que descriu una caiguda lliure en un espai buit, és un bell exemple d'una acceleració uniforme, amb una acceleració d'uns 9,81 $\frac{m}{s^2}$, valor característic de la gravitació en la superfície terrestre.

Els cossos en moviment tendeixen a perseverar en la mateixa direcció rectilínia, i a la mateixa velocitat, si es troben lliures d'influències exteriors. Les influències exteriors capaces d'alterar la direcció o la velocitat d'un cos en moviment (o també d'un cos en repòs, segons el punt de vista) s'anomenen FORCES. Necessitem força, per exemple per a frenar un cotxe o bé per a accelerar-lo. Newton va trobar la relació entre la força, l'acceleració i la massa d'un objecte:

FORÇA = MASSA · ACCELERACIÓ

En el sistema MKS la unitat de la força és el Newton (N); un N correspon a un $\frac{m \cdot kg}{s^2}$ i és la força que s'ha d'aplicar per a dotar una massa d'un kg de l'acceleració d'1 $\frac{m}{s^2}$.

Si s'aplica una força a un objecte durant el recorregut d'un camí determinat, es gasta (o millor: es transforma) una certa quantitat D'ENERGIA; es diu que s'efectua un cert TREBALL. L'energia que correspon a l'aplicació d'1 N sobre una distància d'1 metre s'anomena 1 Joule (J). El J correspon a 1 N·m = 1 $\frac{m^2\,kg}{s^2}$. 1 J és aproximadament l'energia que es necessita per aixecar una pedra de 100 g d'1 m d'altura. L'energia o el treball són independents del temps que es necessita per a la seva consumició (millor: transformació!).

Si ens interessa la quantitat d'energia transformada en un temps determinat, recorrem a la noció de POTÈNCIA. La potència és el quocient entre l'energia i el temps i es mesura en Watt (W). 1 W és la potència que correspon a la transformació d'un J d'energia en el temps d'un s. El W reduït a les unitats fonamentals té la forma:

$$1\,W = 1\frac{J}{s} = 1\ \frac{m^2 \cdot kg}{s^3}$$

Per a definir les unitats emprades en la mesura quantitativa dels fenòmens acústics, necessitem dues definicions més: La de la pressió i la de la intensitat.

La PRESSIÓ és una força aplicada a una superfície i es mesura en Pascal (Pa). La pressió d'un Pa és la força d'un N aplicada sobre la superfície d'un **m**^{2}.

$$1\,\mathrm{Pa} = 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 1\,\frac{\mathrm{m}\cdot\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2\cdot\mathrm{m}^2} = 1\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2}$$

Tothom coneix intuïtivament el fenomen de pressió que es manifesta dins d'un tub d'aigua. Aquí ens interessa sobretòt la pressió acústica que exerceixen les oscil·lacions generadores d'un so. La pressió acústica és directament proporcional al quadrat de la intensitat del so.

La INTENSITAT és una potència aplicada a una superfície, i la seva dimensió és $\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$. La intensitat a vegades també s'anomena DENSITAT DE POTÈNCIA. En la percepció d'un so, la intensitat física de l'ona que incideix sobre la superfície del timpà de la nostra orella, és un factor decisiu per a la sensació d'intensitat. Però aviat veurem que la intensitat física no és l'únic factor implicat en la sensació d'intensitat.

La sensació psicològica no és proporcional a la intensitat de l'estímul que la genera. Aquest fet ha estat analitzat per Weber, que formulà en 1834 el teorema:

"EL MÍNIM INCREMENT PERCEPTIBLE D'UNA EXCITACIÓ ÉS UNA FRACCIÓ CONSTANT DEL VALOR PERCEBUT."

La generalització d'aquest teorema per Fechner és el que avui coneixem per la llei de Weber-Fechner:

"LES SENSACIONS VARIEN COM EL LOGARITME DE L'EXCITACIÓ."

Independentment de Weber i Fechner, també el físic i fabricant d'instrumental òptic de precisió C. A. Steinheil ja constatà a la vora de 1836 que les magnituds de les estrelles varien com el logaritme de llur brillantor.

En efecte, si per exemple una habitació està il·luminada per una espelma i n'encenem una altra, no tenim la sensació d'una il·luminació de doble intensitat. D'altra banda, si encenem una tercera espelma, l'increment psicològic de llum serà el mateix com si una il·luminació de 8 espelmes es reforça de 4.

Si aixecant un pes de 2 kg necessitem un increment de 300 g per a notar la diferència, aixecant 10 kg necessitarem un increment de 1,5 kg.

Trobem un altre exemple en la percepció de les freqüències. Un interval determinat, com ara una quinta, està determinat per un augment proporcional de freqüència, i no pas per un augment lineal. Òbviament el mateix efecte se'ns presenta en la apreciació d'intensitats acústiques.

Per adaptar els valors físics a les sensacions psíquiques, es creà la unitat ***bel*** (en honor a A.G. Bell), unitat logarítmica que descriu l'increment proporcional d'intensitat. El *bel* és una unitat física i no pas psicològica com han afirmat alguns. El *bel* es subdivideix en 10 decibels (*dB*), que és la unitat més usual.

Un valor expressat en *dB* no descriu una intensitat determinada, sinó la relació entre dues intensitats. No obstant es pot crear una escala d'intensitats expressades en *dB*, si es parteix d'una intensitat de referència que correspon al valor 0 de l'escala. Com a intensitat base es sol adoptar la mínima intensitat física audible per una persona mitjana. Aquest és el sistema emprat per les persones que ens declaren que en un determinat medi urbà hi ha un soroll de 60 dB, per exemple. Aquest valor increïblement petit és d'uns $10^{-16}\ \frac{W}{cm^2}$, i correspon a una pressió acústica de $2 \cdot 10^{-5}\ \frac{N}{m^2}$.

Partint d'una intensitat de referència I_{ref}, una intensitat I qualsevol es pot expressar en *bel* mitjançant la fórmula[1] següent, on el símbol lg significa logaritmes decimals:

$$\boxed{\text{Nombre de bel} = \lg \frac{I}{I_{ref}}}$$

Per obtenir el nombre de *dB*, només cal multiplicar el nombre de *bel* per 10.

L'aplicació de la unitat *dB* no es limita a l'acústica. En el nostre exemple de les espelmes podem calcular el nombre de *dB* entre la llum emesa per una o per dues espelmes:

10 · log (2/1) = 3,0102 *dB*

[1] Ja que les intensitats creixen amb els quadrats de les pressions acústiques, si volem expressar l'increment d'intensitat acústica partint de les respectives pressions acústiques, p i q, hem d'adaptar lleugerament la nostra fórmula: $\text{Nombre de dB} = 10 \cdot \lg \left(\frac{p}{q}\right)^2 = 20 \cdot \lg \left(\frac{p}{q}\right)$

Fins aquí tot està perfectament calculable. Però hi ha dos efectes que compliquen les coses: Primer l'oïda humana presenta sensibilitats molt diferents als tons de diferents freqüències, i segons, la llei de Weber-Fechner no és aplicable amb rigor absolut.

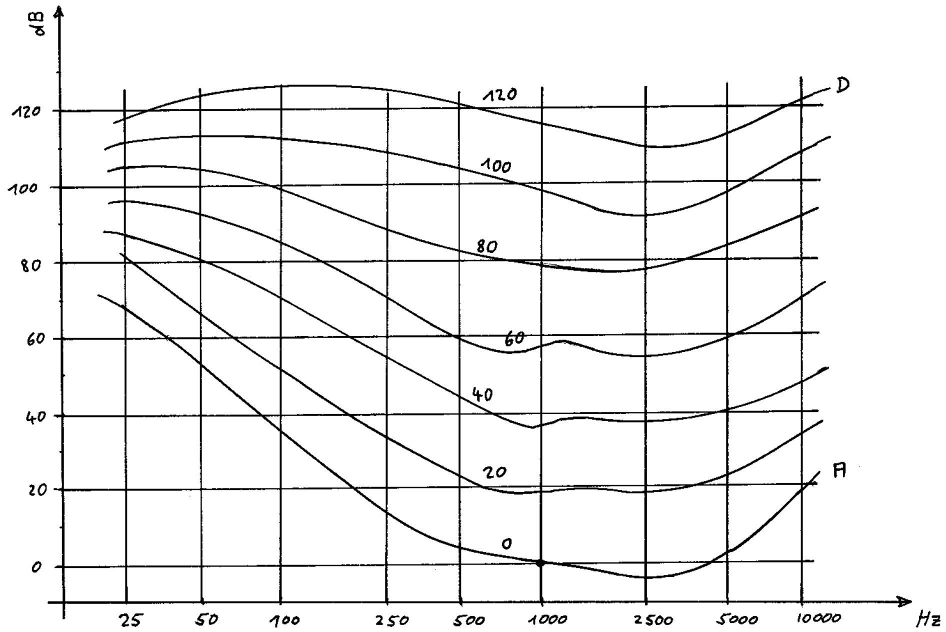
Estudiarem la distribució de sensibilitats de la nostra oïda sobre el diagrama d'isosonia que es sol anomenar diagrama de Fletcher en honor al seu promotor (Figura). L'abscissa del diagrama correspon a les freqüències dels tons sinusoïdals que es tracta d'escoltar, l'ordenada correspon a la seva intensitat en *dB*. La corba inferior en el diagrama de Fletcher representa el llindar d'audibilitat dels tons. Trobem la màxima sensibilitat auditiva en la regió dels 3000 *Hz*. Hem de considerar que l'ordenada de la corba és logarítmica, si volem apreciar la gran variabilitat de sensibilitat de la nostra oïda en funció de la freqüència. Un to de 50 *Hz* per exemple ha de ser emès amb una pressió acústica gairebé 100 vegades superior per a resultar audible amb la mateixa intensitat qu'un to de 3000 Hz, cosa que correspon a un increment d'intensitat d'un factor 10.000 aproximadament. Trobem valors molt més importants si considerem freqüències inferiors a 50 *Hz* o superiors a uns 15.000 *Hz*.

L'àrea per sota del límit d'audició del diagrama és la zona inaudible. Si anem incrementant la intensitat física d'un to sinusoïdal, arribarà el moment en el qual la sensació sonora començarà a resultar dolorosa i àdhuc correm el perill de danyar irreversiblement el nostre òrgan auditiu. La corba superior del diagrama correspon als límits de dolor per cada freqüència. La zona situada entre les dues zones que acabem de descriure s'anomena camp d'audibilitat.

Com dèiem, la llei de Weber-Fechner no és aplicable amb tot el seu rigor. Però per les freqüències situades a la vora de 1000 *Hz*, la llei és bastant exacta. Fletcher aprofità aquest fet per a definir una unitat psicològica que permetés quantificar la sensació sonora, el FON (en anglès, francès, alemany: PHON).

PER DEFINICIÓ, EL NOMBRE DE DB D'UN TO SINUSOÏDAL DE 1000 HZ ÉS IDÈNTIC AL NOMBRE DE FON.

Els altres valors s'obtenen comparant experimentalment diferents intensitats de to de referència de 1000 *Hz* amb els altres tons del diagrama. La corba que limita els tons audibles dels inaudibles conté tots els tons de 0 fon. La sensació de dolor es sol manifestar a partir d'uns 120 fons. Tots els tons corresponents per exemple als punts de la corba dels 40 fons causen la mateixa sensació d'intensitat.



El diagrama de Fletcher

Com totes les unitats de mesura psicològiques, l'escala dels fons varia individualment d'una persona a l'altra, ja que a cada oïda li corresponen les seves corbes isosòniques. Però no és aquest el motiu que va induir els psicòlegs a definir una nova unitat de mesura de la sensació d'intensitat sonora, el SON. La raó és que els valors de fons no són additius. Per exemple un to amb la doble intensitat psicològica d'un to de 30 fons no en tindrà 60.

Per a tons d'una altura i d'una intensitat mitjana (vora els 1000 *Hz*) un augment d'uns 10 *dB* correspon aproximadament a una duplicació de la sensació d'intensitat. En aquest cas, l'energia física augmenta d'un factor 10, ja que $10 \cdot \lg(10) = 10$. Però d'aquí no en podem deduir cap regla, ja que quedaria restringida a intensitats i a freqüències mitjanes.

PER DEFINICIÓ S'HA FIXAT EL VALOR DE 40 fons en 1 son.

Els altres valors es van determinant experimentalment i el resultat final en fou la correspondència següent entre els valors d'intensitat psicològica expressada en sons i en fons:

fons	10	20	30	40	60	80	100	120
sons	0,015	0,1	0,4	1	4	20	100	600

A partir d'aquesta taula podem deduir per exemple que entre un to de 20 i un altre de 30 fons (10 fons de diferència) percebem un increment d'intensitat de factor 4. Tenim el mateix increment entre dos tons de 40 i de 60 fons (20 fons de diferència).

De la mateixa manera com la percepció de les intensitats sonores no compleix la llei de Weber-Fechner amb rigor absolut, també ens trobem amb certes desviacions d'aquesta llei en el cas de la percepció de les freqüències, doncs de l'altura dels tons. En efecte, si es mesuren els valors dels intervals que es consideren purs (terceres, quartes, quintes, octaves, ...) en diferents regions de l'espectre de les freqüències, es noten certes desviacions característiques.

Aquest fet ha portat a la creació d'una escala psicològica de freqüències, la unitat de la qual és el MEL. La tendència general de l'oïda és d'assignar valors massa baixos als tons de freqüències altes, i viceversa en el camp de les freqüències baixes. Les experiències han demostrat que l'altura assignada psicològicament a un to no depèn exclusivament de la seva freqüència, sinó també del seu espectre de parcials (que és un dels factors primordials del timbre), de la intensitat del so, de la seva duració i d'algun altre factor.

UNITAT	CARACTERÍSTIQUES
Bel, dB	Unitat física que mesura l'increment d'intensitat
fon	Unitat psicològica d'increment d'intensitat del so
son	Unitat psicològica additiva d'increment d'intensitat
Hz	Unitat física de freqüència i d'altura dels tons
mel	Unitat psicològica d'altura dels tons

L'OÏDA

Com tothom sap, l'òrgan del nostre sentit auditiu és l'orella. Però molts ignoren, que a més de ser la seu de l'oïda, l'orella humana compleix una altra funció de primera importància: En efecte l'orella també allotja el nostre sentit de l'equilibri, al qual popularment es sol assignar tan poca importància, que encara perdura la fórmula dels cinc sentits: La vista, l'oïda, el gust, l'olfacte i el tacte. Es tan arrelada aquesta concepció de les facultats de percepció humana, que gairebé tothom pensa en fenòmens esotèrics quan es parla dels sis sentits del ser humà.

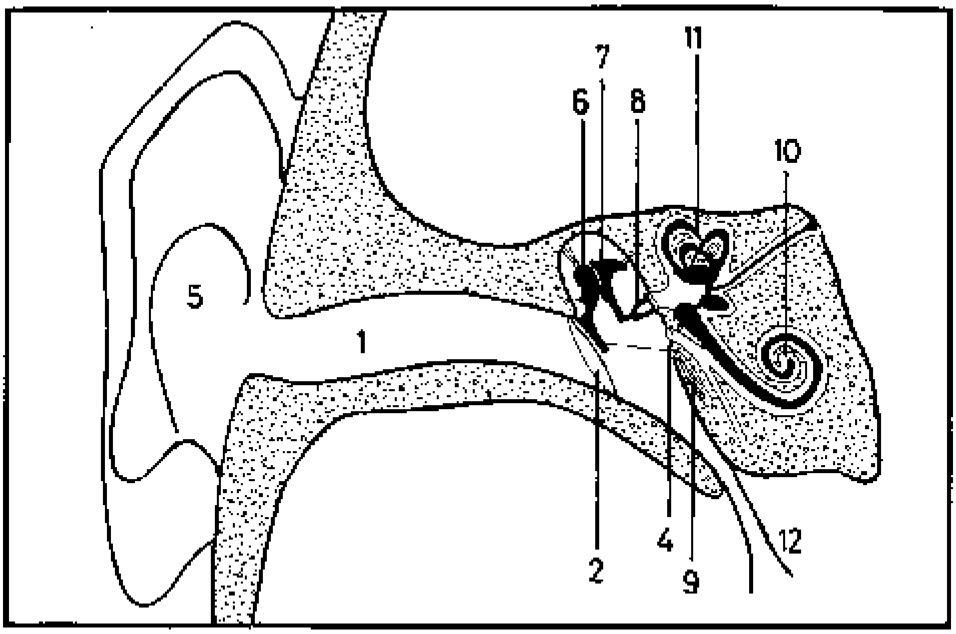
També científicament el sentit de l'equilibri fou descobert relativament tard, i és gràcies a les cruels experiències de vivisecció de Flourens, de Goltz i d'altres científics del segle XIX que finalment fou possible localitzar l'òrgan de l'equilibri en l'orella dels mamífers i dels ocells.

En aquest context, el nostre interès per l'orella es concentrarà sobre l'aspecte auditiu de l'orella humana. Els dibuixos anatòmics que acompanyen aquesta breu introducció són esquemàtics al màxim, i serveixen essencialment per a il·lustrar el camí de l'ona sonora des de la seva penetració en el conducte auditiu (1) de l'orella, fins a la part sensible de l'oïda, l'òrgan de Corti, el descobriment del qual per Alfonso Corti en 1846, era una proesa de primera magnitud, si considerem la seva petitesa i la seva situació de difícil accés.

Tradicionalment l'orella humana es sol dividir en tres regions: l'orella externa, mitjana i interna. En la primera regió l'ona sonora es desplaça en el mateix aire del medi ambient, en la segona regió, la transmissió té lloc a través matèria sòlida (os) i en l'orella interna, on s'efectua la transformació de les ones sonores en impulsos nerviosos, el medi és líquid. Una membrana, el timpà (2), constitueix la separació entre les dues primeres zones de l'orella; dues membranes més separen l'orella mitjana de l'orella interna: La finestreta oval (3) i la finestreta rodona (4).

La part visible des de l'exterior de l'orella és el pavelló (5). Tot i que el pavelló no és imprescindible per a l'audició d'una peça de música o d'una conversa per exemple, s'ha pogut demostrar experimentalment, que juga un paper preponderant en la localització de les fonts sonores.

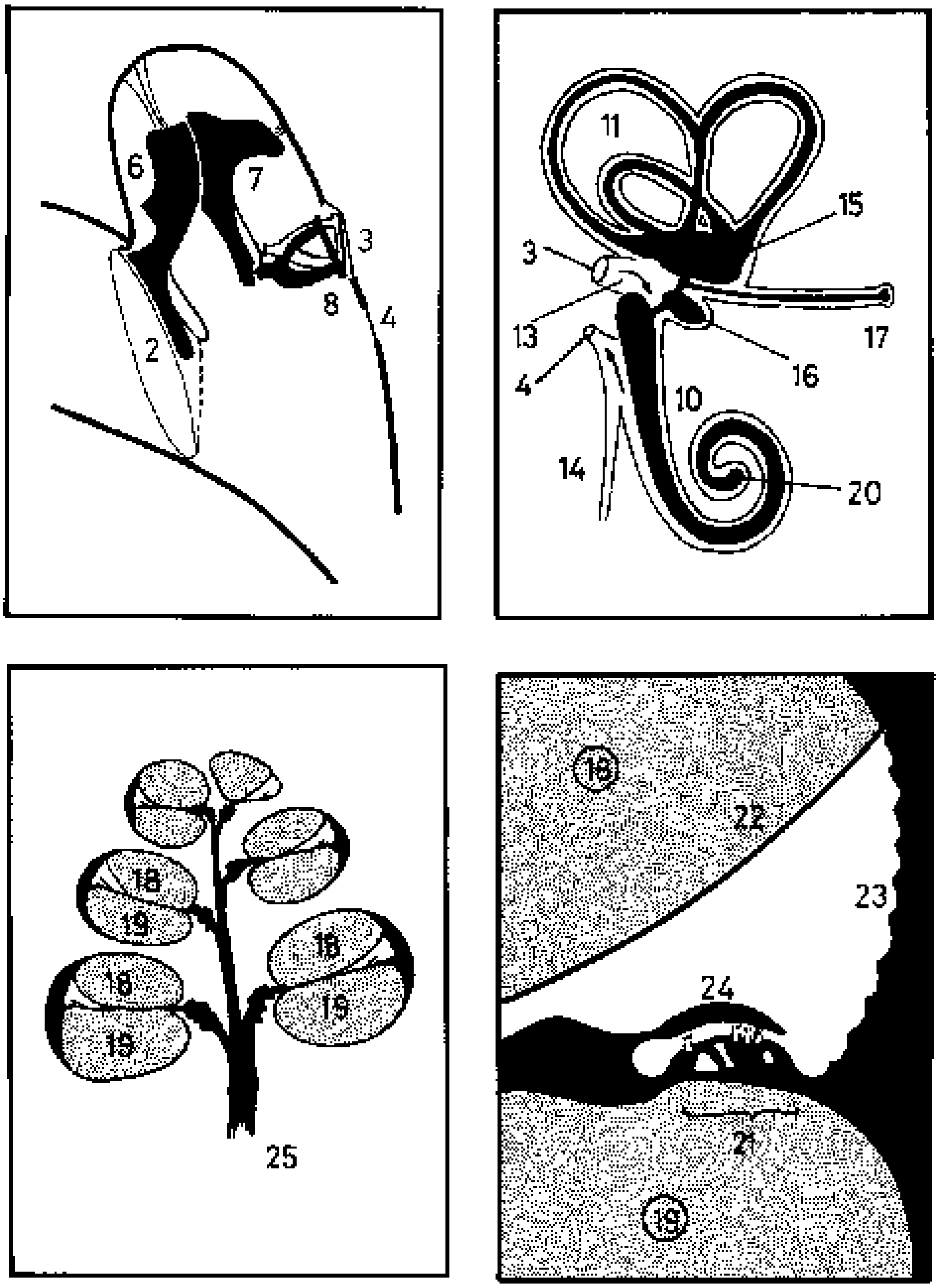
A través el meatus o conducte auditiu extern (1), tub lleugerament corbat d'uns 2,5 cm de llargada, l'ona sonora es propaga i transmet les seves vibracions al timpà (2), que es troba al final del meatus i que representa el límit entre l'orella externa i l'orella mitjana.



Intersecció a través l'orella

Al costat oposat les vibracions del timpà es transmeten a través una cadena òssia constituïda per tres ossets, el martell (malleus) (6), l'enclusa (incus) (7) i l'estrep (stapes) (8), reunits entre si en forma de xarnera. El primer dels tres ossets, el martell (6) està unit al timpà, mentre que l'últim, l'estrep (8), està soldat sobre una membrana que delimita l'orella mitjana de l'orella interna, la finestreta oval (3). La figura *'Detalls anatòmics de l'oïda'* ensenya el mecanisme de la transmissió de vibracions a través la cadena òssia. Un muscle, el musculus tensor tympani (9) permet graduar l'amplificació sonora en la transmissió cap a l'orella interna. Aquest muscle compleix una missió comparable amb la parella de muscles antagonistes que regulen la dilatació de l'iris dels nostres ulls, el musculus sphincter pupillae i el musculus dilatator p upillae.

L'orella mitjana es comunica amb la faringe a través la trompa d'Eustachi, cosa que permet adaptar la pressió interna de l'orella mitjana a la pressió atmosfèrica exterior. Baixant ràpidament un coll de muntanya, per exemple, notem com la pressió s'iguala en el moment de badallar o de fer un moviment de deglutició. Quan l'obertura es tapa, degut a un refredat, la diferència de pressió interna i externa pot arribar a ser summament molesta; en la natació submarina una falta d'adaptació de les pressions pot causar greus lesions del timpà.



Detalls anatòmics de l'orella

L'orella interna és un aparell extremadament complicat, que consisteix essencialment en el laberint ossi que conté el laberint membranós, voltat d'un líquid, la perilimfa, per la qual es transmet el so. El laberint membranós, de la seva banda, conté un altre líquid, l'endolimfa.

El laberint ossi es divideix en dues zones, la del cargol (cochlea) (10), seu de l'audició, i la zona dels canals semicirculars (11), que contenen el nostre òrgan de la percepció de l'equilibri. Ambdues zones tenen una part comuna, el vestíbul (13), que està limitat d'una banda per la finestra oval, que rep les ones sonores transmeses per l'estrep.

Una canal, el ductus perilymphaticus (14) comunica amb l'espai subaracnoidal del cervell.

Dins la perilimfa del laberint ossi, hi neda el laberint membranós, que presenta dues vesícules bastant marcades, l'utricle (15), en el qual desemboquen els canals semicirculars, i el sàcul (16). Ambdues vesícules es comuniquen entre elles per una canal, el canalis utriculosaccularis, del qual es desvia un tub fi, el ductus endolymphaticus (17) que s'acaba en cul de sac.

Tant l'utricle com el sàcul contenen epiteli sensorial (macula sacculi i macula utriculi). Els canals semicirculars tenen forma de ferradura de cavall i són orientats en plans aproximadament perpendiculars entre si. Els canals semicirculars són més desenvolupats en els ocells, ja que necessiten un sentit d'orientació espacial molt més perfeccionat per a poder sobreviure, que no pas l'home.

El cargol descriu aproximadament dues voltes i mig. En el nostre dibuix esquemàtic hem reduït el recorregut del cargol. Les ones sonores entren per la finestra oval i recorren la part superior del cargol ossi, la rampa vestibular (18), fins a la punta del cargol, on es comunica amb la rampa timpànica (19) que dóna sobre la finestreta rodona (4). El punt de comunicació de les dues rampes, en la punta del cargol, s'anomena helicotrema (20). En el cargol ossi el so es transmet doncs a través el líquid perilimfàtic. El laberint membranós contingut en la perilimfa, conté l'òrgan que transforma les ones sonores en impulsos nerviosos, doncs elèctrics. Una secció a través l'eix del cargol ens ofereix una vista de conjunt de la situació.

L'endolimfa està doncs continguda en una canal de secció essencialment triangular, limitada per la membrana basilar (21), la membrana de Reissner (22) i una paret lateral, la stria vascularis (23). Els moviments imposats al líquid perilimfàtic per les ones sonores fan vibrar la membrana basilar que porta l'òrgan sensible, l'òrgan de Corti.

L'òrgan de Corti, representat molt esquemàticament en la figura *'Detalls anatòmics de l'oïda'* consisteix en un conjunt de dues cintes de celludes sensorials ciliades, les internes i les externes, els cilis de les quals s'orienten cap a una làmina gelatinosa superposada a l'òrgan de Corti, la làmina tectorial (24). Encara no s'ha pogut aclarir, si els cilis de les cèl·lules de l'òrgan de Corti toquen la làmina tectorial, o bé si llur excitació s'efectua pels moviments de l'endolimfa. Tres galeries acompanyen l'òrgan de Corti en tota la seva llargada, de la finestreta rodona a l'helicotrema. La funció d'aquests vestíbuls encara no es coneix, però sembla que contenen un líquid semblant a la perilimfa. Globalment es pot dir que els impulsos emesos per cada una de les cèl·lules sensorials de l'òrgan de Corti es transmet al cervell a través el nervi coclear (25). En realitat el camí d'aquesta transmissió és molt complexa i la seva descripció no pot ser objecte d'aquest llibre.

1 Meatus, conducte auditiu extern
2 Timpà
3 Finestreta oval
4 Finestreta rodona
5 Pavelló
6 Martell, malleus
7 Enclusa, incus
8 Estrep, stapes
9 Musculus tensor tympani
10 Cargol, cochlea
11 Canals semicirculars
12 Trompa d'Eustachi
13 Vestíbul
14 Ductus perilymphaticus
15 Utricle
16 Sàcul
17 Ductus endolymphaticus
18 Rampa vestibular
19 Rampa timpànica
20 Helicotrema
21 Membrana basilar
22 Membrana de Reissner
23 Stria vascularis
24 Làmina tectorial
25 Nervi coclear

Les ones que travessen la perilimfa, comuniquen les seves vibracions a la membrana basilar, al llarg de l'extensió de la qual les cèl·lules sensorials de l'òrgan de Corti corresponen successivament a les diferents freqüències entre uns 20 i 20.000 *Hz* aproximadament. Les cèl·lules de les regions baixes del cargol, doncs prop la finestreta rodona corresponen a les freqüències altes, i la punta del cargol, en la regió de l'helicotrema, conté les cèl·lules destinades a comunicar les freqüències baixes.

Helmholtz suposava que els cilis de les cèl·lules sensorials tenien una freqüència de ressonància pròpia cada una i que les cèl·lules excitades per ressonància emetien impulsos nerviosos corresponents a unes freqüències ben determinades. També existia la teoria de que la membrana basilar estava composada d'una sèrie de segments, cada un dels quals responia a una freqüència ben determinada. La teoria de la ressonància que Helmholtz intentà de fonamentar científicament a la vora de 1855, ja fou intuïda pels anatomistes del segle XVII, com ho proven els tractats següents:

Valsalva: "De Aure Humana tractatus"

Duverney: "Traité de l'organe de l'ouïe..."

Però la teoria de la ressonància de Helmholtz no aconseguia explicar certs fenòmens auditius indiscutibles:

- Si escoltem un so compost de diferents freqüències, en molts casos la nostra orella li assigna una altura corresponent al màxim divisor comú de les freqüències, encara que aquest to fonamental fictici no faci part de la superposició de tons: La superposició de tons de 1100, 1200 i 1300 *Hz* ens suggereix un to de 100 *Hz*, que correspondria al fonamental d'un to de 100 *Hz* amb els parcials harmònics 11, 12 i 13.

- Les distorsions no lineals, com són els tons de diferència, de suma i els parcials harmònics subjectius, no troben cap explicació en la teoria de la ressonància de Helmholtz, des de que s'ha pogut comprovar que la distorsió no té lloc en la cadena òssia de l'orella mitjana, com suposava Helmholtz, sinó en el cargol.

- La sensibilitat específica de cada segment de la membrana basilar a una freqüència determinada, a més de la seva amplada i del seu gruix que varien al llarg de la seva extensió, implicaria una tensió considerable de tota la membrana basilar; no obstant el premi Nobel de medecina de 1961, György Békésy, que va dedicar molts anys de la seva vida a l'estudi de l'oïda humana, va poder demostrar, que la membrana basilar no està sotmesa a cap mena de tensió. Tampoc era sostenible la teoria de que els cilis de les cèl·lules sensorials de l'òrgan de Corti feien el paper de ressonadors, com si es tractés d'una mena de piano en miniatura, amb cordes afinades cada una a una freqüència ben determinada entre uns 20 i uns 20.000 *Hz*.

Una teoria alternativa a la de la ressonància de Helmholtz fou formulada per W. Rutherford. Ens referim a l'anomenada "Teoria del telèfon" de l'any 1886. Rutherford prescindí de l'estructura del cargol i es figurava que totes les cèl·lules sensorials de l'òrgan de Corti, sense distinció del seu emplaçament només servien a transmetre al cervell les variacions de pressió acústica, com una mena de corba fonogràfica, que seria analitzada a nivell cerebral.

La teoria del telèfon (o teoria de periodicitat) topà amb dues objeccions principals:

- D'una banda la negació de la localització (de les diverses freqüències sobre la membrana basilar) entrà en contradicció amb certs resultats experimentals. En efecte es pot comprovar que la lesió d'una zona determinada del cargol enclou una deficiència auditiva limitada a les freqüències corresponents. Àdhuc l'experiència inversa es va poder confirmar: L'exposició d'un animal a una font sonora de gran intensitat que emet un to sinusoïdal d'una freqüència determinada pot provocar una lesió de l'òrgan de Corti en una regió limitada ben determinada. Aquest fets advocaven clarament en favor d'una teoria auditiva de localització.

- D'altra banda es va descobrir un fet que a primera vista sembla aniquilar tots els criteris en favor d'una teoria de periodicitat com la de Rutherford: Una neurona només pot emetre impulsos nerviosos a un ritme màxim d'uns 1000 cada segon. Com es podria doncs explicar la percepció d'un to de 3000 *Hz* amb la teoria telefònica de Rutherford?

La teoria de la descarrega (anglès: Volley Theory) de Wever sosté que en la transmissió de sons de més de 1.000 *Hz* hi col·laboren grups de dues, tres o més neurones, que es relleven entre si.

Ha quedat clar que tant les teories de localització (Helmholtz) com les de periodicitat (Rutherford) no basten per elles soles per a explicar els fenòmens de l'audició humana. La majoria dels científics actuals sostenen que l'orella treballa amb els dos principis a lhora:

- Per les freqüències baixes no existeix localització sobre la membrana basilar. Per aquestes freqüències els tons s'interpreten en el cervell a partir dels impulsos síncrons emesos per les fibres nervioses.
- Al contrari, per les freqüències molt altes treballa exclusivament la localització sobre la membrana basilar.
- En les regions de freqüències mitjanes es combinen els fenòmens de localització i de periodicitat.

Dit de passada, els tons d'alta freqüència sembla que no recorren el camí habitual a través la cadena òssia, sinó que travessen directament l'os del crani, per a influir sobre el cargol.

Certs autors sostenen, que en l'audició dels tons extremadament baixos, hi intervenen també els canals semicirculars, teoria que no es pot descartar del tot.

Però com funciona el mecanisme de la localització sobre la membrana basilar, si hem de descartar els fenòmens de ressonància? La resposta a aquesta pregunta la devem al científic i premi Nobel de medecina György Békésy. Békésy va practicar experiències sobre uns models ampliats a escala del cargol auditiu. Més endavant va passar a experimentar sobre models a escala real i àdhuc sobre cargols humans. El resultat d'aquestes investigacions fou la TEORIA HIDRODINÀMICA DE L'AUDICIÓ, que essencialment es pot resumir de la següent manera:

L'ona generada per les vibracions de la finestreta oval es transmet a través la perilimfa de la rampa vestibular i a continuació de la rampa timpànica, fins a reflectir-se contra la finestreta rodona. Ja que les dues rampes no són ben bé cilíndriques, sinó més aviat còniques, es forma un remolí que té la seva màxima potència en un punt de la membrana basilar que està en funció de la freqüència del to sinusoïdal que l'ha generat. Quan diferents vibracions sinusoïdals estan implicades en la formació del so, es formen diferents remolins que exciten la membrana basilar en diferents punts, i amb ella les cèl·lules de l'òrgan de Corti en punts ben determinats.

Contràriament a l'ull, l'oïda pot efectuar una anàlisi espectral de les ones rebudes. La manifestació més palpable d'aquest fet és la facultat de tots els músics de desglossar els diferents tons enclosos en un acord musical. Si sentim un to periòdic i constant, la nostra oïda està facultada a analitzar-ne els components sinusoïdals, doncs a detectar els seus diferents tons parcials. Una persona dotada d'una oïda normal, amb una mica d'exercici, pot arribar a sentir alguns dels parcials d'un to d'un piano, per exemple. Ja que també podem destriar una mescla aperiòdica de tons sinusoïdals, és a dir una superposició de tons periòdics amb freqüències incommensurables, Ohm va formular la seva llei d'acústica, que es pot resumir així:

QUALSEVOL SO FORMAT PER LA SUPERPOSICIÓ DE TONS MUSICALS ÉS SUSCEPTIBLE DE SER DESCOMPOST PER L'ORELLA EN UN CONJUNT DE VIBRACIONS SINUSOÏDALS, QUE CORRESPONEN CADA UNA A UN TO PUR (SINUSOÏDAL) BEN DETERMINAT.

Aquesta llei, que només té sentit per tons d'una certa duració, s'ha de considerar una aproximació, ja que té certes excepcions degudes a les interaccions causades per l'anàlisi de diferents tons alhora.

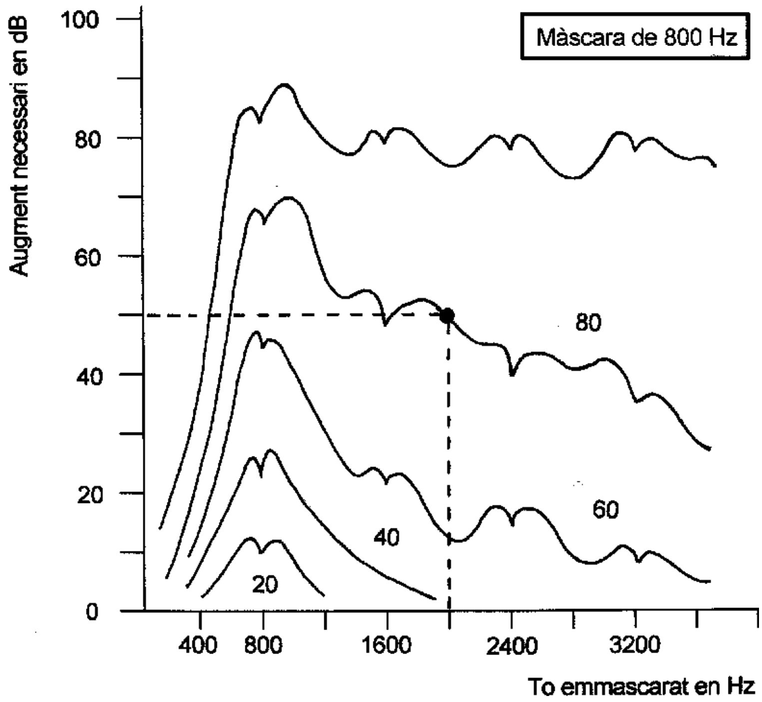
El fenomen de les pulsacions per exemple no és compatible amb la llei d'Ohm. Si superposem per exemple dos tons, de 435 i de 440 *Hz*, el resultat auditiu és un to situat entre 435 i 440 *Hz*, amb una intensitat que augmenta i disminueix a un ritme de 5 *Hz*, i no ens és possible sentir individualment els dos sons superposats. Hom podria suposar que en realitat l'oïda ja capta una ona que és la suma de dues altres; però està demostrat que les ones acústiques d'una intensitat normal no s'influeixen mútuament en el seu curs a través l'aire.

Un altre fenomen que està en contradicció amb la llei d'Ohm és L'EMMASCARAMENT d'un so per un altre. Com tothom sap és més difícil seguir una conversa en un lloc sorollós que en un altre de silenciós. Això és degut a que la presència d'un to M pot reduir la intensitat subjectiva d'una altre to T, i àdhuc pot arribar a esborrar-ne totalment la percepció. Ja el 1876 A. A. Mayer va descriure aquest fenomen i va treure la conclusió, que un to baix d'una certa intensitat pot arribar a esborrar totalment (emmascarar) la percepció d'un altre de més alt, mentre que un to alt no podia emmascarar un altre de més baix. Les coses no són tan senzilles com això, i H. Fletcher va realitzar una sèrie d'experiències amb diferents persones. L'experiència té quatre variables: La freqüència i la intensitat del to d'emmascarament M (que aquí anomenarem màscara), la freqüència del to emmascarat T, i la intensitat mínima per la qual T resulta audible en presència de M. Aquesta intensitat límit és doncs funció de tres variables: de la freqüència de M, de la seva intensitat i de la freqüència del to T. Per a representar gràficament els resultats de les seves investigacions, Fletcher es va valer d'un conjunt de sistemes de coordinades, un per a cada freqüència de M contemplada. En aquests diagrames, l'abscissa correspon a les freqüències dels diferents tons T que s'emmascaren amb la màscara que val per tot el diagrama. L'ordenada correspon a les característiques d'emmascarament, és a dir als augments d'intensitat per sobre del límit d'audibilitat (en *dB*) que necessiten els tons T de diferents freqüències per a ésser percebuts en presència de la màscara, quan aquesta s'emet amb una intensitat corresponent a les diferents corbes representades en el diagrama (en la nostra il·lustració 20, 40, 60, 80 i 100 *dB*). Aquí només es representa un dels sistemes de coordenades, el que correspon a una màscara de 800 *Hz*.

La nostra figura està idealitzada i no correspon a les característiques d'una persona real. Però de totes formes s'ha de tenir en compte que aquests valors varien molt d'una persona a l'altra. Ja que l'oïda, com tots els òrgans sensorials, també està sotmesa a un cert cansament, les intensitats auditives també poden variar en una mateixa persona, ja que per exemple l'audició prolongada d'un cert to a una intensitat elevada pot reduir temporalment (en casos exagerats àdhuc permanentment) la sensibilitat de l'oïda per la freqüència corresponent.

EXEMPLE: Quina intensitat ha de tenir un to T de 2000 *Hz* per a resultar audible en presència d'un to d'emmascarament M de 800 *Hz* d'una intensitat de 80 *dB*?

(Segons el nostre diagrama: 50 *dB*)



Corbes d'emmascarament

Les taules d'emmascarament de Fletcher són fetes a base de tons purs. És obvi que la presència de sobretòns complica notablement el problema.

En la figura hi podem constatar un augment de l'efecte d'emmascarament quan T s'apropa de la freqüència de M. En els voltants immediats l'efecte es torna reduir una mica, degut al fenomen de pulsacions. Tot i que les experiències es van fer amb tons purs, en la regió de 1600 *Hz*, que correspon al primer parcial harmònic de M, el fenomen es repeteix, així com també en la regió de 2400 *Hz*. Això és degut a una distorsió no lineal en la nostra oïda, que crea harmònics subjectius i les pulsacions corresponents.

Podríem aproximar una representació tridimensional del nostre diagrama si imprimíssim els diagrames per les diferents màscares sobre material transparent d'un cert gruix i superposéssim tot el paquet ordenat per freqüències. D'aquesta manera, per a cada intensitat de la màscara (per exemple 40 *dB*) obtindríem una aproximació a una superfície contínua.

EFECTES BINAURALS

És sabut per tothom que no tenim dues orelles pel sol fet de disposar d'una reserva, com és el cas per algun dels altres òrgans humans. Igual com en el cas dels ulls, la presència de dos òrgans simètrics està al servei de l'orientació en l'espai, doncs de la localització dels fenòmens percebuts.

Ens hem de preguntar, si un to M, que impressiona únicament l'orella esquerra a través un casc pot emmascarar un altre to T, que impressiona únicament l'orella dreta a través un altre casc. L'experiència ho confirma. Obtindríem les mateixes corbes d'emmascarament limitant cada to a una de les orelles? No, la interacció dels dos tons és molt més feble en el cas de l'audició binaural separada. No obstant, la presència d'aquest fenomen d'emmascarament comprova que l'emmascarament no té lloc exclusivament en l'orella, sinó sobretòt en el cervell. Quelcom semblant passa amb les pulsacions, ja que molta gent sent pulsacions binaurals si cada orella rep individualment un to, que varia lleugerament en la seva freqüència del que correspon a l'altra orella.

Per a determinar fins a quin punt els fenòmens binaurals estan deguts a la conducció del so a través els ossos del crani, s'han portat a terme unes experiències amb gent sorda d'una sola orella. La conclusió és que a partir d'una diferència d'uns 50 *dB* la conducció òssia falsifica netament els resultats.

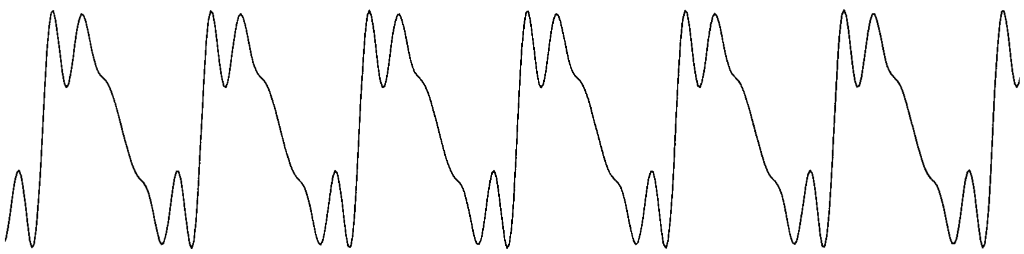
Ens permetrem comparar els efectes binaurals dels tons amb una experiència visual que hom pot realitzar actualment al Museu de la Ciència de Barcelona: En un aparell binocular l'ull esquerra veu una silueta negra sobre un fons lluminós blanc, mentre que l'altre ull només veu un fons lluminós blanc. Pitjant un botó, una altra silueta negra en forma d'escombra sorgeix en el camp visual de l'ull dret i descriu uns moviments ràpids per sobre el camp blanc. Durant el moviment de la silueta de la dreta, l'ull esquerra deixa de percebre la forma en la seva pantalla.

La localització espacial està essencialment basada sobre el fet que el nostre cervell sap interpretar unes diferències extremadament curtes entre els moments de percepció d'un so determinat per una orella i per l'altra. Es poden detectar diferències de l'ordre de 0,03 mil·lèsimes de segon. Però també ens és possible localitzar la font d'un to continuat. Aquest fet està relacionat amb la facultat de l'oïda d'interpretar diferències de fase, cosa que ens passa desapercebuda. Aquesta facultat es limita a tons no massa alts, i d'aquí ve que ens és en gran manera difícil localitzar una font sonora que emet tons extremadament aguts. Pensem en el mosquit que ens pot amargar una nit d'estiu i que ens costa tant caçar.

EL TEOREMA DE FOURIER

En el capítol LA CORDA COM A FONT SONORA hem descrit de quina forma una corda que vibra transversalment emet diferents sobretòns a més del to fonamental. Hem vist que les freqüències dels sobretòns emesos per una corda ideal són múltiples naturals de la freqüència fonamental (es parla de parcials harmònics) i que degut a aquest fet el so emès és periòdic. Els sons periòdics són precisament els que ens interessen més aquí, ja que són els que considerem musicals.

Hem vist que els diferents parcials harmònics es poden desglossar mitjançant un joc de ressonadors acústics, uns filtres electrònics com en el cas del sonògraf, o dins els límits de la validesa del teorema d'Ohm àdhuc amb l'orella, si la persona té prou pràctica. En aquest últim cas, però, hem de tenir en compte els parcials harmònics subjectius que crea la pròpia orella.



Pot ésser representada per corbes sinusoïdals una corba periòdica així?

En el capítol SUPERPOSICIÓ DE TONS hem vist que les vibracions de les columnes d'aire (com en el cas del tub de Kundt o dels instruments de vent) constitueixen un altre exemple de vibracions periòdiques descomponibles en parcials harmònics. Òbviament el to produït per una sirena ha de ser estrictament periòdic, ja que és el resultat d'un procés absolutament periòdic, i en aquest sentit hem d'admetre que la sirena emet un to musical. Això demostra que l'adjectiu "musical", tal com el va definir Helmholtz, no necessàriament significa agradable o bell. Aquest exemple planteja la qüestió, si també el to d'una sirena es pot descompondre en parcials harmònics. Més generalment ens hem de preguntar, si qualsevol moviment periòdic és descomponible en parcials harmònics, o dit d'una altra manera, si qualsevol corba periòdica es deixa representar com a suma de corbes sinusoïdals. A primera vista sembla impossible que per exemple una corba com la representada en la figura pugui ser la suma de corbes sinusoïdals. Però, potser agafant-ne una infinitat hi podria haver una solució? O més d'una?

La resposta a aquest problema ens la dóna el famós teorema de Fourier, que avui coneixen tots els estudiants de matemàtiques o de física. El teorema que fou publicat per primera vegada en el llibre "Théorie analytique de la chaleur" de Fourier, l'any 1822, permet la conclusió següent:

QUALSEVOL FUNCIÓ PERIÒDICA ÉS LA SUMA DE FUNCIONS SINUSOÏDALS AMB PERÍODES CONTINGUTS UNA, DUES, TRES, ... VEGADES EN EL PERÍODE DE LA FUNCIÓ ORIGINAL.

Aplicat a la música, aquest teorema es pot formular:

QUALSEVOL MOVIMENT VIBRATORI PERIÒDIC DE L'AIRE, REPRESENTA UN TO DESCOMPONIBLE D'UNA SOLA MANERA EN TONS SINUSOÏDALS (ELS PARCIALS), LES FREQÜÈNCIES DELS QUALS SÓN MÚLTIPLES ENTERS DE LA FREQÜÈNCIA FONAMENTAL (ES TRACTA DONCS DE PARCIALS HARMÒNICS).

Per a calcular numèricament la descomposició de qualsevol funció periòdica f(x) amb període P en funcions sinusoïdals, Fourier va trobar la suma:

$$\mathbf{f\,(x) = \frac{1}{2}\,a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\,\pi\,n\,x}{P} + b_n \sin \frac{2\,\pi\,n\,x}{P}\right)}$$

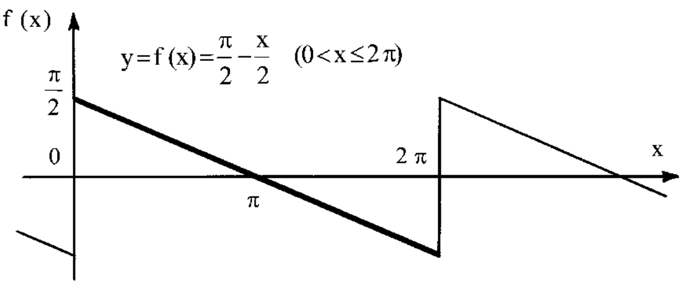
Amb els coeficients següents:

$$a_n = \frac{2}{P}\int_0^P f\,(x)\;\cdot \cos\frac{2\,\pi\,n\,x}{P}\,dx \qquad ;\, n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

$$b_n = \frac{2}{P}\int_0^P f\,(x) \cdot \sin\frac{2\,\pi\,n\,x}{P}\,dx \qquad ;\, n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Si considerem que cos (x) = sin (x+π/2), veiem que f (x) ha quedat representat com una suma d'una infinitat de funcions sinusoïdals més una constant, $\frac{\mathbf{a_0}}{\mathbf{2}}$, que només determina la posició vertical de la corba i no té cap importància en la seva aplicació a l'acústica. Els coeficients $\mathbf{a_n}$ i $\mathbf{b_n}$ representen l'amplitud del parcial harmònic corresponent. La n que es multiplica amb x, determina el número del parcial. El primer parcial, o fonamental, correspon a n = 1.

La CORBA EN FORMA DE SERRA forma una bona aproximació a la manera característica de vibració d'una corda fregada, com en el cas del violí. La corba en forma de serra representa un cas molt especial, ja que conté tots els parcials harmònics; l'amplitud de cada un d'ells és inversament proporcional al número del parcial.



Corba en forma de serra

Desenvoluparem a continuació la corba en forma de serra en sèrie de Fourier:

La nostra corba té la definició següent en l'interval $[\mathbf{0},\ \mathbf{2}\pi]$:

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \qquad ;\ \text{període } P = 2\pi$$

$$a_n = \frac{2}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2}\right)\cdot\cos\frac{2\pi\cdot n\cdot x}{2\pi}\,dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2}\right)\cdot\cos nx\,dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\pi}{2}\cdot\cos nx-\frac{x}{2}\cdot\cos nx\right)dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{n}\cdot\sin nx-\frac{1}{2n}(x\cdot\sin x)-\frac{1}{2n^2}\cos nx\right]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{1}{\pi}\left(\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{n}\sin 2n\pi - \frac{1}{2n}\cdot 2\pi\cdot\sin 2n\pi - \frac{1}{2n^2}\cos 2n\pi\right)\right.$$
$$\left. -\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{n}\cdot\sin n\cdot 0 - \frac{1}{2n}\cdot 0 - \frac{1}{2n^2}\cdot\cos 0\right)\right)$$

La fórmula es simplifica notablement degut a les identitats següents:

$\sin 2n\pi = 0$
$\cos 2n\pi = 1$
$\cos 0 = 1$

$$= \frac{1}{\pi}\left(-\frac{1}{2n^2} + \frac{1}{2n^2}\right) = 0 \qquad ;\text{per } n \neq 0$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)\cdot\cos(0\cdot x)\,dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)\cdot dx$$

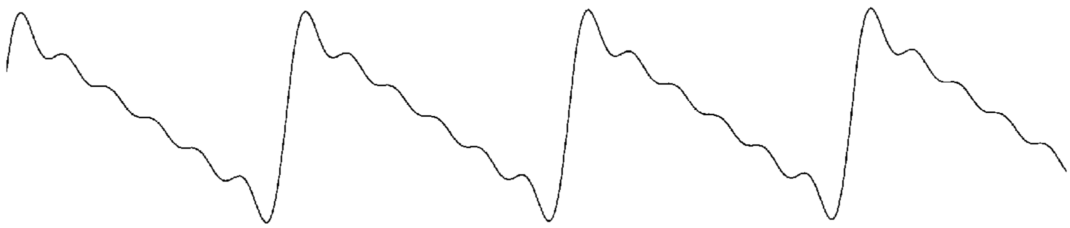
$$= \frac{1}{\pi}\left[\frac{\pi x}{2} - \frac{x^2}{4}\right]_0^{2\pi} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{\pi\cdot 2\pi}{2} - \frac{4\pi^2}{4}\right) = \frac{1}{\pi}\left(\pi^2 - \pi^2\right) = 0$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cdot\sin\frac{2\pi\cdot n\cdot x}{2\pi}\,dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)\cdot\sin nx\,dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\pi}{2}\cdot\sin nx - \frac{x}{2}\cdot\sin nx\right)dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[-\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{n}\cdot\cos nx - \left(\frac{\sin nx}{2n^2} - \frac{x\cdot\cos nx}{2n}\right)\right]_0^{2\pi}$$



Aproximació a la corba en forma de serra

$$= \frac{1}{\pi}\left(\left(-\frac{2\pi}{n}\cdot\cos 2n\pi - \frac{\sin 2n\pi}{2n^2} + \frac{2\pi\cdot\cos 2n\pi}{2n}\right)\right.$$
$$\left.-\left(-\frac{\pi}{2n}\cdot\cos 0 - \frac{\sin 0\cdot 1}{2n^2} - \frac{0\cdot\cos 0}{2n}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{\pi}\left(-\frac{\pi}{2n} + \frac{2\pi}{2n} + \frac{\pi}{2n}\right) = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{\pi}{n} = \frac{1}{n}$$

$$F = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\cdot\sin\frac{2\pi n x}{2\pi}$$

$$F = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n}$$

<u>COROL·LARI:</u> Si apliquem aquesta sèrie de Fourier al punt $x = \frac{\pi}{2}$ obtindrem com a corol·lari una famosa sèrie, que en honor al seu descobridor s'anomena "sèrie de Leibnitz". El mèrit de Leibnitz[1] resideix en el fet que a la seva època encara no es coneixien les sèries de Fourier.

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n x}{n}$$

[1] Gottfried Wilhelm Leibniz (Leipzig 1646-Hannover 1716)

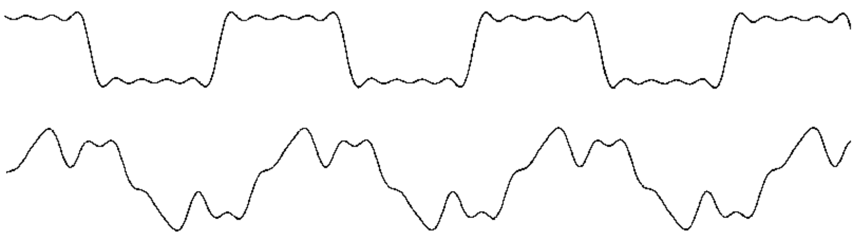
$$= \frac{1}{1} + \frac{0}{2} + \frac{-1}{3} + \frac{0}{4} + \frac{1}{5} + \frac{0}{6} + \frac{-1}{7} + \ldots$$

$$\boxed{\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + - \ldots}$$

Si en lloc d'una infinitat de sumands ens limitem a considerar els primers k elements de la sèrie de Fourier (doncs: si considerem la suma parcial número k de la sèrie), obtenim unes aproximacions successives a la corba contemplada. La figura mostra l'aproximació a la corba en forma de serra per k = 6.

Ja que la corba en forma de serra conté tots els parcials harmònics, s'utilitza en certs tipus de sintetitzadors de so electrònics, que restant una part convenient dels parcials d'un to en forma de serra (que conté tots els parcials) mitjançant filtres electrònics, aconsegueix formar tons amb qualsevol configuració de parcials harmònics.

Una altra corba "extrema" que mereix la nostra atenció és la CORBA QUADRADA O RECTANGULAR representada en la figura.



A dalt: Aproximació a la corba quadrada
A baix:Els mateixos parcials desfasats

La seva descomposició conté TOTS ELS ELEMENTS IMPARELLS de la sèrie corresponents a la corba en forma de serra. Això vol dir que un to amb la corba fonogràfica rectangular conté tots els parcials harmònics imparells, i se sembla al to emès per un tub d'orgue tancat.

Sota la representació gràfica d'una aproximació a aquesta corba hem representat una altra corba que es composa de les mateixes corbes sinusoïdals desfasades (pràcticament això vol dir que el lloc d'aplicar la funció a x l'hem aplicat a algun (x+d) per alguna de les funcions sinusoïdals).

El teorema de Fourier explica la presència dels parcials harmònics en el to d'una sirena. Ens explica també la generació de parcials harmònics a partir de la distorsió en un transductor com pot ser un micròfon o un pick-up. La corba fonogràfica perfectament sinusoïdal d'un to pur experimenta una certa deformació. Ja que la periodicitat no ha canviat (és a dir que l'altura del to es respecta), el primer parcial en la nova sèrie de Fourier és idèntic al de la sèrie original. La compensació de la deformació s'ha d'efectuar amb parcials harmònics superiors. Vet aquí també una explicació de la creació de parcials harmònics subjectius en el transductor que és el nostre òrgan de l'oïda.